

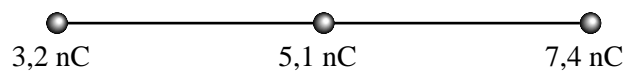
Problemas de Electromagnetismo

Jaime E. Villate
Faculdade de Engenharia
da Universidade do Porto, Portugal

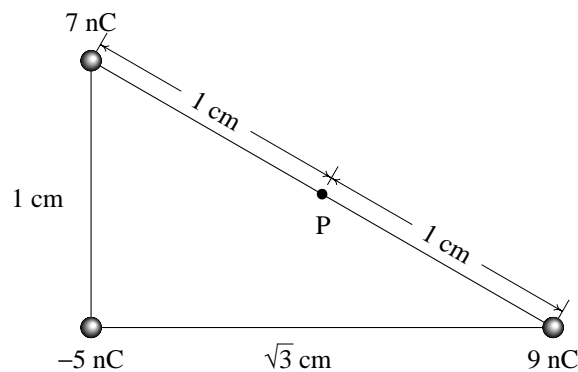
Março de 2005

1 Carga e campo eléctrico

- Quando uma lâmina de acetato, electrizada por fricção, se aproxima a 1 cm de pequenos pedaços de papel sobre uma mesa, estes ascendem colando-se ao acetato. Cada pedaço de papel é aproximadamente um quadrado com 0,5 cm de lado, cortados de uma folha de papel de 80 g/m². Faça uma estimativa da ordem de grandeza da carga do acetato, admitindo que uma carga idêntica e de sinal oposto é induzida em cada pedaço de papel.
- Duas cargas q_1 e q_2 têm a carga total $q_1 + q_2 = 10 \mu\text{C}$. Quando estão a uma distância de 3 m, o módulo da força exercida por uma das cargas sobre a outra é igual a 24 mN. Calcule q_1 e q_2 , se: (a) Ambas forem positivas. (b) Uma for positiva e a outra for negativa.
- O campo eléctrico na atmosfera terrestre é da ordem dos 150 N/C e é dirigido para o centro da Terra. Calcule a relação entre o peso de um electrão e o módulo da força eléctrica oposta exercida pelo campo eléctrico da atmosfera (a massa do electrão é $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, e a aceleração da gravidade, em Portugal, é 9,80 m/s²).
- Três cargas pontuais estão ligadas por dois fios isolantes de 2,65 cm cada um (ver figura). Calcule a tensão em cada fio.

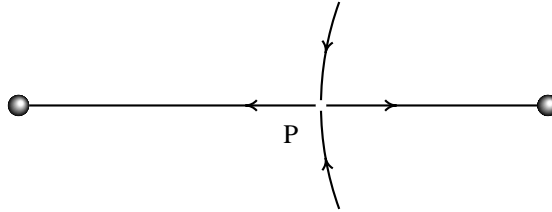


- Um sistema de três cargas pontuais está em equilíbrio (a força electrostática sobre cada carga é zero). Sabendo que duas das cargas são q e $2q$, separadas por uma distância d , calcule o valor e a posição da terceira carga.
- Calcule a força eléctrica que actua sobre cada uma das cargas representadas na figura e o campo eléctrico no ponto P.



- Um núcleo de hélio (também chamado **partícula alfa**) é formado por dois protões e dois neutrões. A força electrostática entre os protões é repulsiva e muito forte, pois a distância entre eles é muito pequena (aproximadamente 10^{-15} m). A estabilidade do núcleo é devida à existência de uma outra força entre protões e neutrões, chamada **força forte**. Para ter uma ideia da ordem de grandeza da força forte, calcule a força electrostática entre os dois protões no núcleo de hélio.

8. Na figura representam-se algumas linhas de campo eléctrico de um sistema de duas partículas com carga. O ponto P encontra-se a 4 cm da carga q_1 e a 3 cm da carga q_2 . (a) Qual é o sinal das cargas? (b) Qual é a relação (q_1/q_2) entre elas? (c) Complete o desenho das linhas de campo. (d) Se $q_2 = -4,5$ nC, calcule a força entre as duas cargas.



9. (a) Se uma bola de sabão for carregada electricamente, o seu diâmetro vai aumentar, diminuir ou permanecer igual? (b) Se colocarmos a bola de sabão num campo eléctrico uniforme, o que acontece com a sua forma?

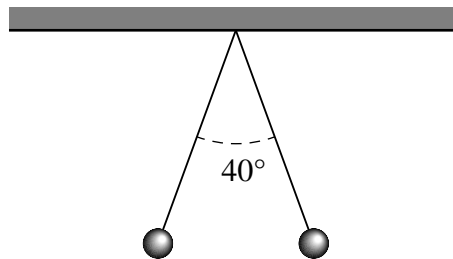
Respostas

- 0,5 nC
- (a) $6 \mu\text{C}$, e $4 \mu\text{C}$ (b) $12 \mu\text{C}$, e $-2 \mu\text{C}$
- A força electrostática é $2,7 \cdot 10^{12}$ vezes maior que o peso
- A tensão no fio do lado esquerdo é $285 \mu\text{N}$ e no fio do lado direito $560 \mu\text{N}$.
- A terceira carga é $-0,343 q$, e encontra-se entre as outras duas cargas, a uma distância $0,414 d$ da carga q
- Com origem na carga $q_1 = -5$ nC, eixo dos x na direcção de $q_2 = 9$ nC, e eixo dos y na direcção de $q_3 = 7$ nC, as forças e o campo são

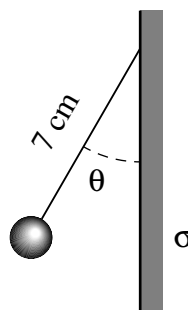
$\vec{F}_1 = (1,35\vec{i} + 3,15\vec{j})$ mN,	$\vec{F}_2 = (-0,12\vec{i} - 0,71\vec{j})$ mN,
$\vec{F}_3 = (-1,23\vec{i} - 2,44\vec{j})$ mN,	$\vec{E}_P = (-0,545\vec{i} - 0,135\vec{j})$ N/ μC
- 230,4 N
- (a) Negativo (b) $q_1/q_2 = 16/9$ (d) $66 \mu\text{N}$
- (a) Aumenta, devido à repulsão electrostática entre as cargas na superfície. (b) O campo induz cargas positivas e negativas na bola; as forças sobre essas cargas deformam a bola, tornando-a num elipsóide com o eixo maior na direcção do campo.

2 Condutores e isoladores. Lei de Gauss

1. Uma moeda de cobre tem massa igual a 3 g. Admitindo que exista um electrão livre por cada átomo, calcule o número de electrões livres na moeda (a massa atómica do cobre é 63,5 unidades, e o número de Avogadro é igual a $6,02 \cdot 10^{23}$).
2. Duas esferas metálicas idênticas, com raio 6 mm e massa 7,3 g, encontram-se penduradas do mesmo ponto, por meio de dois fios de 9 cm de comprimento. As esferas estão submersas em óleo e têm cargas eléctricas iguais, que fazem com que os dois fios formem um ângulo de 40° entre si. Sabendo que a constante dieléctrica do óleo é 2,2 e a sua massa volúmica é $0,9 \text{ g/cm}^3$, calcule o valor das cargas.



3. Uma carga pontual $q = 2 \mu\text{C}$ encontra-se na origem. Uma superfície esférica de 3 m de raio tem centro no eixo dos xx , em $x = 5$ m. (a) Desenhe as linhas de campo da carga q e a esfera. Alguma linha de campo atravessa a esfera? (b) Contando as linhas que entram como positivas e as linhas que saem negativas, qual é o número total de linhas que atravessam a esfera? (c) Calcule o fluxo eléctrico através da esfera.
4. Uma carga pontual de 5 nC encontra-se a 6 cm de um fio rectilíneo muito comprido, com carga linear constante e igual a 7 nC/cm . Calcule a força electrostática sobre o fio.
5. Uma partícula pontual com massa igual a 25 g e carga de 50 nC encontra-se pendurada de um fio de 7 cm que está colado a um plano vertical. O plano vertical tem uma carga superficial constante $\sigma = 17 \text{ nC/cm}^2$ e pode ser considerado infinito. Calcule o ângulo θ que o fio faz com o plano vertical.



6. Uma esfera de raio R tem uma carga eléctrica Q distribuída uniformemente dentro do seu volume. Usando a lei de Gauss, calcule o módulo do campo eléctrico num ponto a uma distância r do centro da esfera. Considere os dois casos, $r \geq R$ e $r < R$.

Respostas

1. $2,84 \cdot 10^{22}$

2. 146 nC

3. (a) Algumas linhas atravessam a esfera. (b) 0. (c) 0

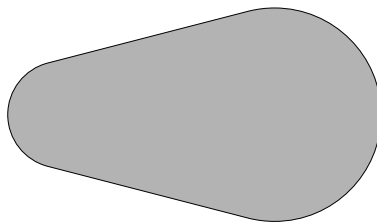
4. 1,05 mN

5. $62,97^\circ$

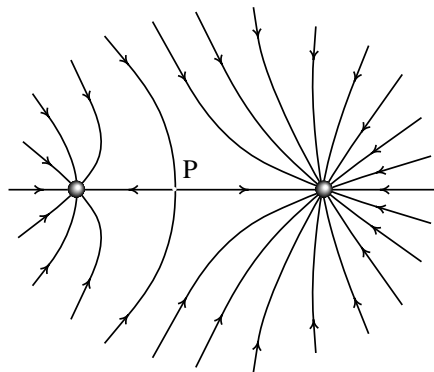
6. Se $r \geq R$, $E = \frac{kQ}{r^2}$. Se $r < R$, $E = \frac{kQ}{R^3}r$

3 Potencial e equilíbrio electrostático

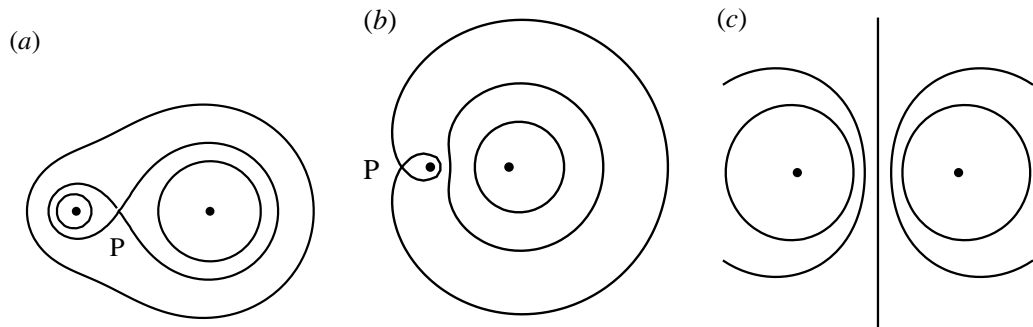
1. Quando um electrão é acelerado, a partir do repouso, através de uma diferença de potencial de 220 V, fica com uma energia cinética de 220 eV. Calcule a velocidade final do electrão.
2. Num tubo de raios X os electrões são acelerados por meio de um campo eléctrico. Os electrões são libertados do repouso, deslocam-se no vácuo através de uma região onde existe uma diferença de potencial de 4 kV, e chocam com um alvo emitindo radiação X. (a) Calcule a energia e a velocidade com que chocam os electrões no alvo. (b) Se a variação de potencial se estender por uma distância de 8 dm, calcule o campo eléctrico médio.
3. O potencial eléctrico a uma certa distância de uma carga pontual é 600 V (arbitrando potencial nulo no infinito) e o campo eléctrico é 200 N/C. Calcule a distância e o valor da carga.
4. Desenhe as linhas de campo eléctrico e as superfícies equipotenciais nas proximidades e nos pontos afastados do condutor representado na figura, admitindo que este tem uma carga q .



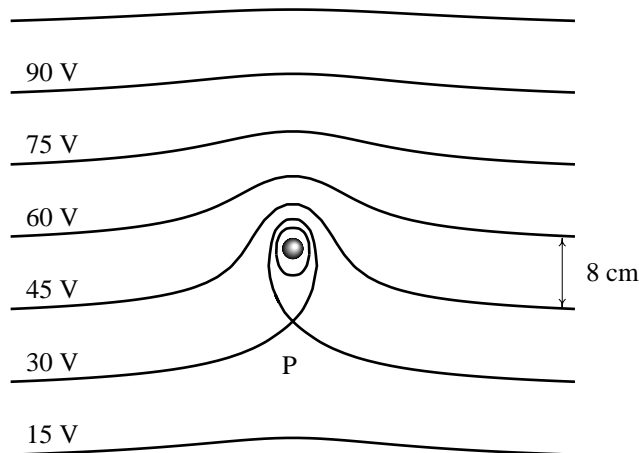
5. Duas superfícies condutoras esféricas e concêntricas têm raios de 5 cm e 7 cm. A superfície menor tem uma carga total de 3 nC e a carga total na superfície maior é de -2 nC. Qual é a diferença de potencial entre as duas superfícies?
6. A figura representa as linhas de campo electrostático de duas partículas carregadas e separadas por uma distância de 7 cm. (a) Calcule a distância do ponto P às partículas. (b) Sabendo que a carga da partícula no lado direito é de -8 nC, calcule o potencial no ponto P (arbitre $V = 0$ no infinito).



7. Nos três desenhos que se seguem, representam-se as superfícies equipotenciais de três sistemas de duas cargas pontuais q_1 e q_2 . Em todos os casos $q_1 = 3 \text{ nC}$, e a distância entre as duas cargas é 6 cm. Nos desenhos (a) e (b) a distância entre o ponto P e a carga q_1 é igual a 2 cm. Calcule q_2 nos três casos.



8. A figura mostra as superfícies equipotenciais de uma carga pontual no interior de um campo eléctrico uniforme \vec{E}_{ext} . A grandes distâncias da carga pontual as superfícies são planos paralelos distanciados 8 cm. (a) Calcule o módulo e a direcção do campo externo \vec{E}_{ext} . (b) Diga se a carga pontual é positiva ou negativa. Justifique. (c) Qual é a direcção da força sobre a carga pontual? (d) Sabendo que a distância entre a carga pontual e o ponto P é 9 cm, calcule o valor da carga pontual.



Respostas

1. $8,80 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
2. (a) $E = 6,4 \cdot 10^{-16} \text{ J}$, $v = 37,5 \text{ Mm/s}$ (b) 5 kV/m
3. 3 m, 200 nC
5. 154,3 V
6. (a) 4,2 cm e 2,8 cm (b) $-2858,56 \text{ V}$
7. (a) 12 nC (b) -48 nC (c) -3 nC
8. (a) $187,5 \text{ V/m}$, para baixo (b) negativa (c) para cima (d) $-0,169 \text{ nC}$

4 Capacidade. Força electromotriz. Corrente

1. Calcule o raio que deverá ter uma esfera condutora com uma capacidade de um farad.
2. (a) Qual é a carga superficial máxima (σ_{\max}) que pode existir na superfície de um condutor isolado, rodeado por ar, sem se produzir uma descarga eléctrica? (b) Qual é o raio mínimo (r_{\min}) de uma esfera metálica para que possa estar ao potencial de 10^6 V sem se descarregar? (c) Calcule o potencial máximo que pode alcançar uma esfera metálica de raio 1 cm.
3. Uma bateria de automóvel tem uma carga de 50 Ah. Calcule a massa total de ácido sulfúrico que reage no electrólito, e a massa de sulfato de chumbo acumulado nos eléctrodos, após a bateria descarregar, ficando com 70 % da carga máxima.
4. Uma bateria de automóvel tem escrito o valor 250 Ah, que corresponde à carga disponível quando a bateria está carregada a 100%. (a) Depois de algum uso, a bateria descarrega-se até 60%. A que carga corresponde este valor no sistema internacional de unidades? (b) Para recarregá-la, a bateria foi ligada a um carregador de 12 V. Inicialmente a corrente no carregador foi 7 A, e ao fim de 6 horas diminuiu até 3 A. Admitindo que a corrente diminuiu linearmente, com que percentagem da sua carga máxima fica a bateria no fim das 6 horas?
5. Um disco de 18 cm de raio roda a 33 rotações por minuto num gira-discos. A superfície do disco tem uma carga superficial constante igual a $0,82 \text{ nC/cm}^2$. Calcule a corrente eléctrica associada à rotação do disco.
6. Uma calculadora pode funcionar com um adaptador que fornece 40 mA, a 3 V, ou com duas pilhas AA cada uma com 1,5 V e uma capacidade de 8 A h. Admitindo que a calculadora utiliza a mesma potência quando funciona a pilhas ou com o adaptador, por quanto tempo poderá funcionar antes de ser preciso mudar as pilhas?
7. Numa casa, o fusível do fogão eléctrico na caixa de fusíveis é de 30 A. Qual será a potência máxima que poderá ter o fogão? (admita 230 V para a rede eléctrica caseira).
8. A corrente num cabo varia de acordo com a relação $I = 20 + 3t^2$, onde I mede-se em ampere e t em segundos. (a) Que carga transporta o cabo desde $t = 0$ até $t = 10$ s? (b) Qual é o valor da corrente constante que transporta a mesma quantidade de carga no mesmo intervalo de tempo?

Respostas

1. $8,99 \cdot 10^9$ m (aproximadamente 1400 vezes o raio da Terra!)
2. (a) $2,6 \text{ nC/cm}^2$ (b) $1/3$ m (c) 30 kV
3. 54,9 g de ácido sulfúrico e 169,7 g de sulfato de chumbo
4. (a) $5,4 \cdot 10^5$ C (b) 72 %
5. $0,459 \mu\text{A}$
6. 200 horas
7. 6,9 kW
8. (a) 1200 C. (b) 120 A

5 Resistência

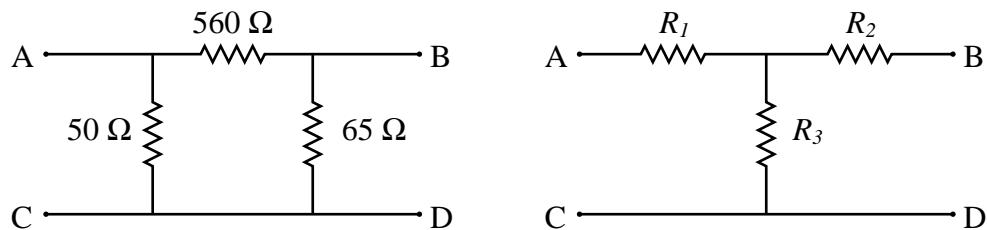
1. A temperatura num dado momento é 12°C . Quanto deve aumentar a temperatura para que a resistência de um fio de cobre aumente 10 %?
2. Um fio condutor de 1 m de comprimento tem uma resistência de $0,3\ \Omega$. O fio é esticado até o seu comprimento ser 2 m. Qual é a nova resistência?
3. A diferença de potencial entre os terminais de uma bateria é 3 V quando a bateria é percorrida por uma corrente de 4 A, no sentido do terminal negativo para o positivo. Quando a corrente é de 2 A, no sentido oposto, a diferença de potencial aumenta até 12 V. (a) Calcule a resistência interna da bateria. (b) Qual é a *fem* da bateria?
4. A resistência de uma lâmpada incandescente de 60 W e 230 V, à temperatura ambiente de 20°C , é $R = 65\ \Omega$. No entanto, as especificações do fabricante (60 W e 230 V) conduzem a um valor muito mais elevado da resistência. Justifique, calculando a temperatura do filamento de tungsténio quando a lâmpada se encontra acesa.
5. Um fio condutor de cobre de 1,29 mm de diâmetro e isolamento de borracha pode suportar, com segurança, uma corrente máxima de 6 A. (a) Qual é a diferença de potencial que pode ser aplicada a 40 m deste fio? (b) Calcule o campo eléctrico no fio atravessado por uma corrente de 6 A. (c) Calcule a potência dissipada no fio quando conduz uma corrente de 6 A.
6. Um fio de níquel-cromo de 1,8 mm de diâmetro vai ser usado para construir uma caldeira de água que produza 8 g de vapor de água por segundo. A fonte de alimentação a ser usada fornece tensão contínua de 220 V. Calcule o comprimento que deve ter o fio. (O calor de evaporação da água é de $2257,2\ \text{J/g}$.)
7. Para uma dada bateria, com *fem* ϵ e resistência interna r , qual é o valor da resistência externa R que deve ser ligada aos terminais para que a potência dissipada em calor na resistência R seja máxima? Esboce o gráfico da potência dissipada em função de R .

Respostas

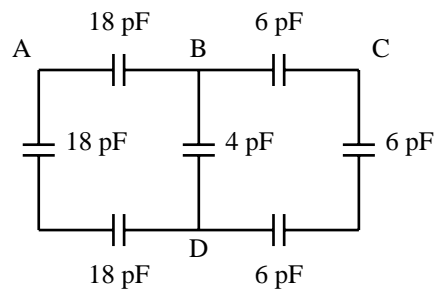
1. $24,8^{\circ}\text{C}$
2. $1,2\ \Omega$
3. (a) $1,5\ \Omega$ (b) $9\ \text{V}$
4. 2812°C
5. (a) $3,12\ \text{V}$. (b) $E = 7,8 \cdot 10^{-2}\ \text{V/m}$. (c) $18,7\ \text{W}$
6. $6,6\ \text{m}$
7. $R = r$

6 Circuitos de corrente contínua

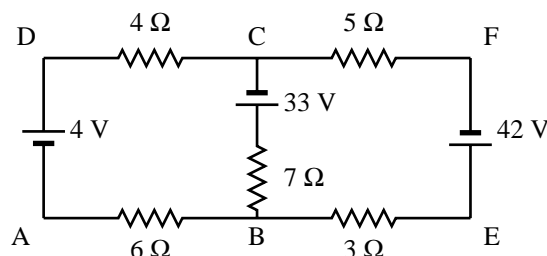
- Um condensador de placas planas e paralelas distanciadas 1 cm e de 12 cm^2 de área, está totalmente preenchido por dois dielétricos, cada um com espessura igual a 0,5 cm e a mesma área das placas. Calcule a capacidade do condensador sabendo que as constantes dos dielétricos são 4,9 e 5,6.
- Considere um condensador de placas planas e paralelas, de área $0,3 \text{ m}^2$ e distanciadas 0,5 cm. Entre as placas encontra-se uma chapa de acrílico com a mesma área e espessura igual a 0,5 cm. O condensador é carregado até a diferença de potencial ser igual a 12 V e, de seguida, é desligado da fonte usada para o carregar. (a) Qual é o trabalho necessário para retirar a chapa de acrílico de entre as placas do condensador? (b) Calcule o potencial de ruptura com dielétrico e depois de este ser removido.
- Dois condensadores de $10 \mu\text{F}$ e $20 \mu\text{F}$ ligam-se em série a uma fonte de 1200 V. (a) Calcule a carga em cada condensador. (b) A fonte é logo desligada, ligando-se entre si os dois condensadores (armadura positiva com positiva e negativa com negativa). Calcule a diferença de potencial e carga final em cada condensador.
- O circuito do lado esquerdo, com quatro terminais, vai ser substituído pelo circuito equivalente do lado direito. Calcule os valores que deverão ter R_1 , R_2 e R_3 .



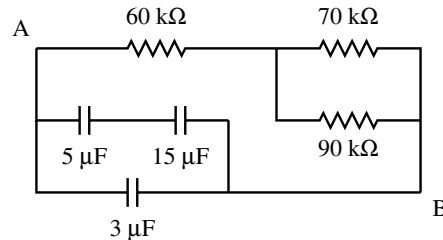
- No circuito seguinte calcule a capacidade equivalente: (a) Entre os pontos B e D. (b) Entre os pontos A e B. (c) Entre os pontos A e C.



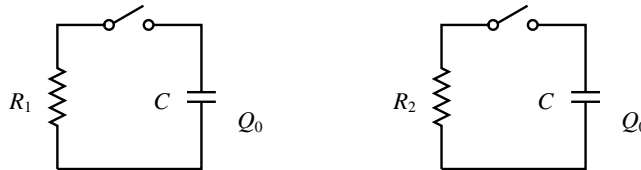
- Em relação ao circuito na figura. (a) Calcule as correntes em todas as resistências do circuito. (b) Calcule as diferenças de potencial V_{AB} , V_{BC} e V_{CD} . (c) Indique as fontes de *fem* que absorvem ou fornecem energia.



7. No circuito em baixo, (a) qual é a constante de tempo t_c ? (b) No instante inicial a carga no condensador de $5 \mu\text{F}$ é 15 nC . Qual é a carga nos condensadores de $15 \mu\text{F}$ e $3 \mu\text{F}$ no mesmo instante? (c) Qual será a carga total armazenada entre os pontos A e B após $0,5$ segundo? Nesse mesmo instante calcule a energia total armazenada no circuito e as correntes nas três resistências.



8. Um condensador de $0,5 \mu\text{F}$ descarrega-se através de uma resistência R . Qual é o valor que R deve ter para que $0,1$ segundo depois de se iniciar a descarga, a potência dissipada na resistência tenha o valor máximo possível?
9. Considere a descarga de dois condensadores idênticos, com carga inicial idêntica, Q_0 , através de duas resistências diferentes, $R_1 > R_2$. Para a resistência R_1 as grandezas seguintes são maiores, mais pequenas, ou as mesmas que para a resistência R_2 ?



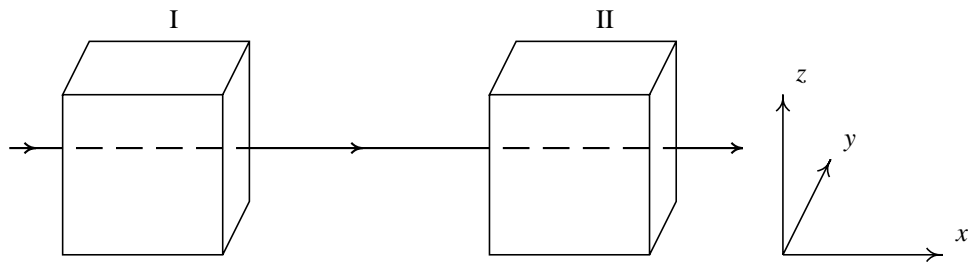
- (a) Tempo necessário para que a carga inicial diminua metade. (b) Potencial nos terminais do condensador num dado instante. (c) Corrente na resistência num dado instante. (d) Energia total dissipada em calor na resistência. (e) Potência dissipada na resistência num determinado instante.

Respostas

1. $5,55 \text{ pF}$
2. (a) $3,12 \cdot 10^{-7} \text{ J}$. (b) Sem dieléctrico, 15 kV ; com dieléctrico 200 kV
3. (a) 8 mC (b) $V = 1600/3 \text{ V}$, $Q_1 = 16/3 \text{ mC}$, $Q_2 = 32/3 \text{ mC}$
4. $R_1 = 41,45 \Omega$, $R_2 = 53,95 \Omega$, $R_3 = 4,75 \Omega$
5. (a) 12 pF . (b) $21,6 \text{ pF}$. (c) $6,75 \text{ pF}$
6. (a) $I_{\text{DC}} = I_{\text{BA}} = 3 \text{ A}$, $I_{\text{CF}} = I_{\text{EB}} = 2 \text{ A}$, $I_{\text{CB}} = 1 \text{ A}$.
(b) 18 V , -26 V e 12 V . (c) todas fornecem potência.
7. (a) $0,67 \text{ s}$. (b) 15 nC , 12 nC . (c) $12,8 \text{ nC}$, $12,1 \text{ pJ}$, $I_{60} = 19,1 \text{ mA}$, $I_{70} = 10,7 \text{ mA}$, $I_{90} = 8,4 \text{ mA}$.
8. $400 \text{ k}\Omega$
9. (a) Maior. (b) Maior. (c) Depende de t . (d) Igual. (e) Depende de t

7 Campo magnético

- Um protão «navega» na atmosfera solar, a uma velocidade de $0,15c$, onde c é a velocidade da luz no vázio ($2,998 \cdot 10^8$ m/s). O protão atravessa um campo magnético uniforme de $0,12$ T, formando um ângulo de 25° . Calcule o raio do cilindro que envolve a órbita helicoidal do protão.
- Um feixe de protões desloca-se com uma velocidade constante \vec{v} , segundo o eixo x . As partículas atravessam, sucessivamente, duas regiões, I e II, caracterizadas do seguinte modo: em I, existe um campo de indução magnética, \vec{B}_1 e em II, coexistem um campo de indução magnética, \vec{B}_2 , e um campo eléctrico, $\vec{E} = E \vec{j}$. Todos os campos são uniformes nas regiões em que foram definidos e anulam-se fora delas. A interacção gravítica não é significativa. Quais as condições a que devem obedecer os campos \vec{B}_1 e \vec{B}_2 para que o feixe não sofra qualquer perturbação no seu movimento, enquanto atravessa as regiões I e II? Se em vez de um feixe de protões, fosse um feixe de electrões, as condições estabelecidas manter-se-iam?



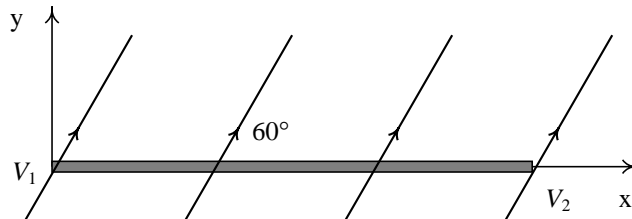
- Num filtro de velocidades os módulos dos campos de indução magnética e eléctrico são $0,1$ T e $0,2$ MV/m, respectivamente. (a) Qual deve ser a velocidade de uma partícula para que não seja desviada ao passar pelos campos? (b) Qual é a energia que deve ter um protão para passar através do filtro? (c) E qual a energia de um electrão que sai do filtro?
- Um ião de ^{24}Mg , monoionizado, é acelerado por uma diferença de potencial de 2 kV e descreve uma trajetória circular no campo de indução magnética de 50 mT de um espectrómetro de massa. (a) Calcule o raio de curvatura da órbita do ião. (b) Qual será a diferença entre os raios das órbitas dos iões dos isótopos ^{26}Mg e ^{24}Mg no mesmo campo?

Respostas

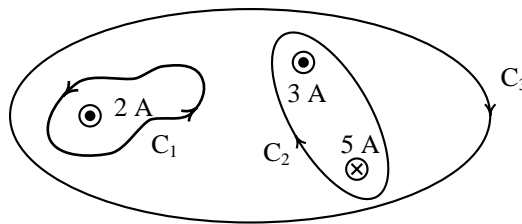
- 1,66 m
- $\vec{B}_1 = B_1 \vec{i}$, $\vec{B}_2 = B_{2x} \vec{i} + (E/v) \vec{k}$, onde B_1 , B_{2x} e E podem ser quaisquer funções, não necessariamente constantes. As condições obtidas são válidas para qualquer tipo de partículas
- (a) $2 \cdot 10^6$ m/s. (b) $3,34 \cdot 10^{-15}$ J. (c) $1,82 \cdot 10^{-18}$ J
- (a) 63 cm. (b) 2,6 cm

8 Força magnética e corrente

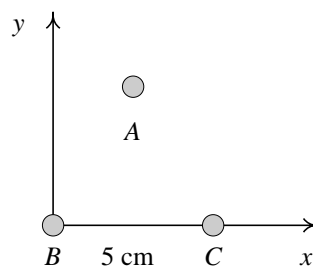
- Um fio linear de cobre, de diâmetro 2,59 mm e de comprimento 2 m, encontra-se dentro de um campo de indução magnética uniforme ($B = 50 \text{ G}$) que forma um ângulo de 60° com o fio. Calcule a força magnética sobre o fio quando se aplica uma diferença de potencial de 0,06 V entre os seus extremos.



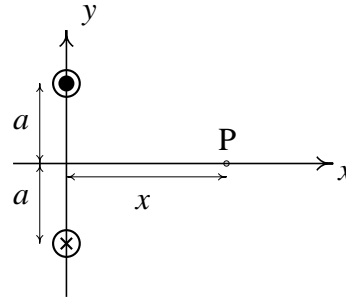
- Considere uma bobina circular de 400 espiras e raio 0,1 cm, num campo magnético uniforme de 0,3 T. Calcule o momento de binário máximo sobre a bobina quando a corrente for 92 mA.
- Três fios paralelos têm correntes de 5 A, 3 A e 2 A como se mostra na figura. Calcule $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$ ao longo das três curvas C_1 , C_2 e C_3 .



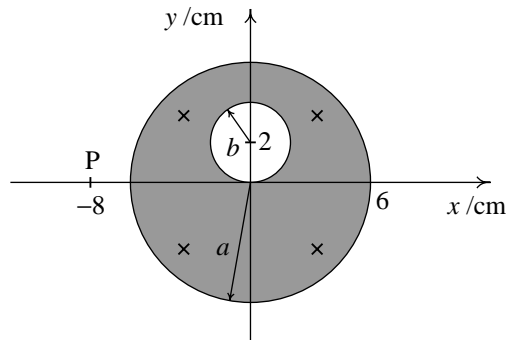
- Três fios rectilíneos, compridos e paralelos, estão dispostos de tal modo que os seus eixos formam um triângulo equilátero de 5 cm de lado. (a) Os fios são atravessados por uma corrente trifásica; num dado momento as correntes nos fios são: $\vec{I}_A = \vec{I}_C = -10\vec{k} \text{ A}$ e $\vec{I}_B = 20\vec{k} \text{ A}$. Calcule as forças, por unidade de comprimento, sobre os fios A e C. (b) Considerando que no momento seguinte as correntes nos três fios variam de forma sinusoidal segundo as equações: $\vec{I}_A = I_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)\vec{k}$ $\vec{I}_B = I_0 \cos \omega t \vec{k}$ $\vec{I}_C = I_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)\vec{k}$ com $I_0 = 20 \text{ A}$ e $\omega = 200\pi \text{ s}^{-1}$, calcule a força, por unidade de comprimento, sobre o fio A.



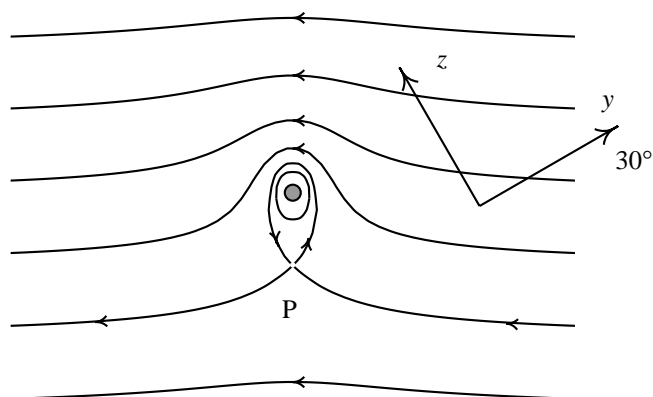
5. Na figura está representado esquematicamente um corte transversal de dois cabos longos e paralelos, perpendiculares ao plano xy , cada um com uma corrente I , em sentidos opostos. (a) Represente os vectores de indução magnética de cada cabo e o campo resultante no ponto P. (b) Deduza a expressão para o módulo do campo de indução magnética em qualquer ponto sobre o eixo x , em termos da coordenada x do ponto.



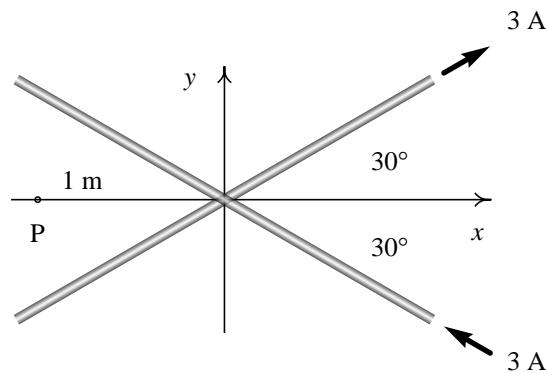
6. A figura representa o corte transversal de um sólido cilíndrico, muito comprido, de raio $a = 6$ cm e com uma cavidade cilíndrica de raio $b = 2$ cm. No cilindro flui uma corrente de densidade uniforme, $J = 127$ A/m², dirigida para dentro da folha de papel. Calcule o campo de indução magnética no ponto P na posição $-8\vec{i}$ (cm), usando a lei de Ampère e o princípio de sobreposição.



7. A figura mostra as linhas de indução magnética de um fio com corrente, dentro de um campo de indução magnética uniforme \vec{B}_{ext} ; o fio é perpendicular à folha e os eixos y e z foram escolhidos sobre o plano da folha. (a) Escreva o versor na direcção do campo externo, usando o sistema de eixos dado. (b) Escreva o vector unitário na direcção da corrente no fio. (c) Calcule e represente o vector unitário na direcção da força sobre o fio. (d) Considerando que $I = 0,5$ A e se a força sobre o fio, por unidade de comprimento, for de $2 \cdot 10^{-5}$ N/m, calcule a distância até ao ponto P.



8. Considere dois fios de cobre, rectilíneos e paralelos, de 60 cm de comprimento, distanciados de 9 cm e com raios de 2 mm e 3 mm. Calcule o valor da força magnética entre os fios quando cada um deles for ligado a uma *fem* de 1,5 V. (Use o valor da resistividade do cobre à temperatura ambiente: $17 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$.)
9. Os dois fios representados na figura são muito compridos e cada um transporta uma corrente de 3 A. Um dos fios e o ponto P encontram-se sobre o plano xy , enquanto que o outro fio se encontra num plano paralelo a xy mas 5 cm acima deste ($z = 5$). Calcule o valor do campo vectorial \vec{B} no ponto P com coordenadas $x = -1 \text{ m}$, $y = z = 0$.

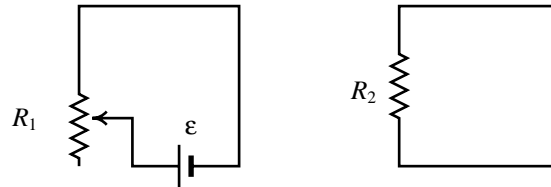


Respostas

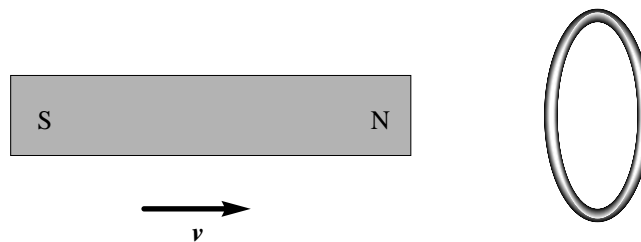
1. $80,5\vec{k}$ (mN)
2. $3,47 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}$
3. $2,5 \mu\text{T} \cdot \text{m}$, $2,5 \mu\text{T} \cdot \text{m}$ e 0
4. (a) $\vec{F}_A/l_A = \vec{F}_C/l_C = (0,6\vec{i} + 0,3464\vec{j}) \text{ mN/m}$ (b) $\vec{F}_A/l_A = 0,8\sqrt{3} \cos(\omega t - \pi/3) [\cos(\omega t - \pi/6)\vec{i} - \sin(\omega t - \pi/6)\vec{j}] \text{ mN/m}$
5. (b) $B = \frac{4k_m I a}{x^2 + a^2}$
6. $(9,39 \cdot 10^{-8}\vec{i} + 3,22 \cdot 10^{-6}\vec{j}) \text{ T}$
7. (a) $-\sqrt{3}/2\vec{j} + 1/2\vec{k}$. (b) \vec{i} . (c) $-1/2\vec{j} - \sqrt{3}/2\vec{k}$. (d) 2,5 mm
8. 10,25 N
9. $(-59,4\vec{i} - 102,9\vec{j} + 2388,1\vec{k}) \text{ nT}$

9 Indução electromagnética

- Indique o sentido da corrente induzida no circuito da direita, quando a resistência no circuito da esquerda é, subitamente: (a) Aumentada. (b) Reduzida.

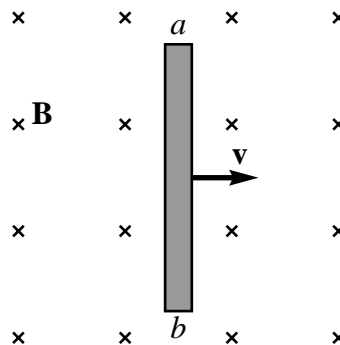


- Um íman desloca-se a velocidade constante sobre o eixo de uma espira, como mostra a figura.



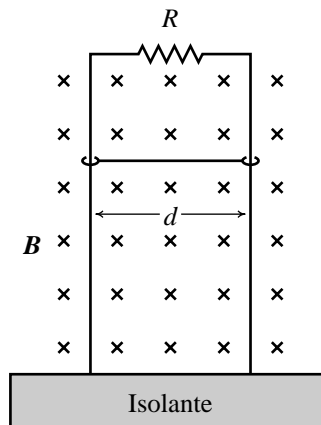
- Faça um esquema qualitativo do fluxo magnético Φ através da espira em função do tempo t . Indique o instante t_1 em que o íman está a meio da travessia da espira. (b) Desenhe o gráfico da corrente I na espira em função do tempo.

- Uma barra metálica de comprimento $l = 9$ cm desloca-se com velocidade uniforme $v = 18$ cm/s, dentro de um campo magnético uniforme $B = 3,5$ G, perpendicular à barra (ver figura). Calcule a diferença de potencial $V_a - V_b$.

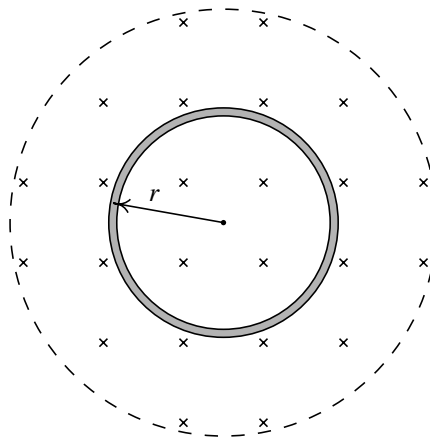


- Um avião Boeing 747 tem um comprimento total de 60 m entre as pontas das asas. O avião voa a 800 km/h e a uma altitude constante, em direcção sul-norte, numa região onde o campo magnético da Terra é 0,5 G, formando um ângulo de 60° com a vertical. Calcule a diferença de potencial induzida entre as pontas das asas.
- Uma espira quadrada de cobre, com 4 cm de lado, encontra-se sobre a superfície horizontal de uma mesa. Um electroímã está colocado em cima da mesa, com o seu pólo norte um pouco acima e à esquerda da espira, de maneira que o campo de indução magnética é aproximadamente uniforme e aponta para baixo através da espira, formando um ângulo de 30° com a vertical. Calcule a *fem* média induzida na espira à medida que o campo de indução magnética varia desde zero até ao seu valor final de 0,5 T, num intervalo de tempo igual a 200 ms. Qual será a direcção da corrente induzida?

6. Na figura, uma barra condutora de comprimento d e massa m , desliza sobre dois trilhos metálicos verticais, dentro de um campo magnético \mathbf{B} , uniforme. A resistência dos trilhos e da barra são desprezáveis em relação a R . A barra mantém sempre o contacto com os trilhos mas o atrito com eles, assim como o atrito com o ar, são também desprezáveis. Quando a barra começa a cair livremente, o seu movimento é inicialmente acelerado, mas atinge logo uma velocidade constante v . Calcule a velocidade limite v .



7. No interior do círculo a tracejado na figura, existe um campo de indução magnética apontando para dentro do papel e com módulo igual a $0,6e^{-t/15}$ (unidades SI, $t =$ tempo). Calcule o módulo, direcção e sentido do campo eléctrico induzido dentro do anel condutor de raio $r = 9$ cm.

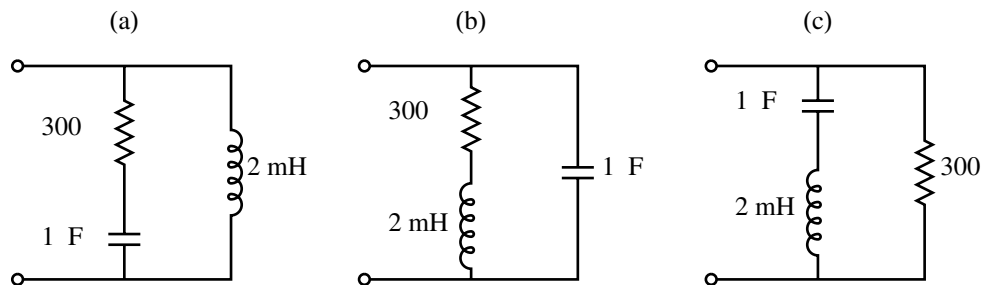


Respostas

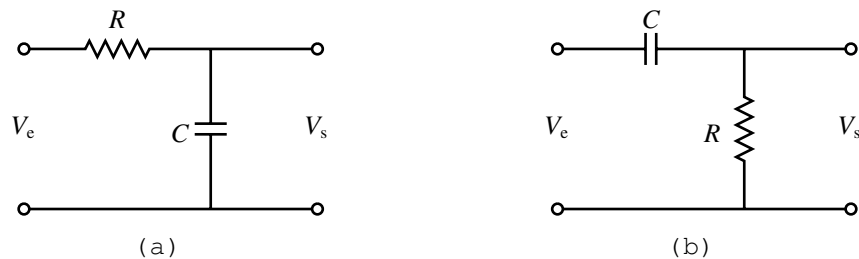
1. (a) Anti-horário. (b) Horário
3. $5,67 \cdot 10^{-6}$ V
4. 0,33 V
5. 3,5 mV
6. $v = \frac{mgR}{B^2 d^2}$
7. $E_i = 0,0018e^{-t/15}$, na direcção tangente ao anel e no sentido horário.

10 Circuitos de corrente alternada

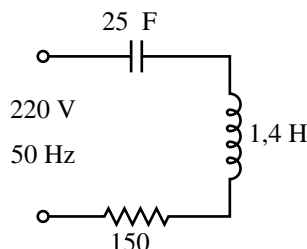
1. A resistência de uma bobina é $150\ \Omega$ e a sua indutância é $1,4\ \text{H}$. A bobina é ligada à tensão da rede eléctrica, com amplitude $311\ \text{V}$ e frequência de $50\ \text{Hz}$. Calcule a corrente na bobina em qualquer instante t .
2. A tensão e a corrente num circuito são $V(t) = 170\sin(377t + 3)$ (V) e $I(t) = 10\sin(377t + 3,2)$ (A). Desenhe os fasores correspondentes no plano complexo e calcule a impedância do circuito.
3. Usando a definição do farad e do henry no sistema internacional de unidades, demonstre que as impedâncias de um condensador (Z_C) e de um indutor (Z_L) têm unidades de resistência.
4. Para cada um dos três circuitos representados, calcule a impedância equivalente entre os pontos indicados com um pequeno círculo, para uma tensão de entrada com frequência $f = 2\ \text{kHz}$



5. Um circuito LC é formado por um condensador de $5\ \mu\text{F}$ em série com um indutor de $2\ \text{H}$. Inicialmente, a carga no condensador é zero e não existe corrente no circuito; em $t = 0$ o circuito é ligado a uma fem contínua de $60\ \text{V}$. Encontre as funções que definem a corrente e a carga no condensador em função do tempo, e esboce os respectivos gráficos.
6. Os dois circuitos da figura, alimentados por uma tensão de entrada V_e com frequência angular ω , são chamados **filtro passa-baixo** (a) e **filtro passa-alto** (b). Determine a relação entre a tensão de saída e a tensão de entrada V_s/V_e para os dois casos. Explique porque é que os circuitos são chamados filtro passa-baixo e filtro passa-alto.



7. No circuito LCR da figura, calcule: (a) O módulo e a fase da impedância. (b) A frequência de ressonância. (c) A potência média dissipada.



Respostas

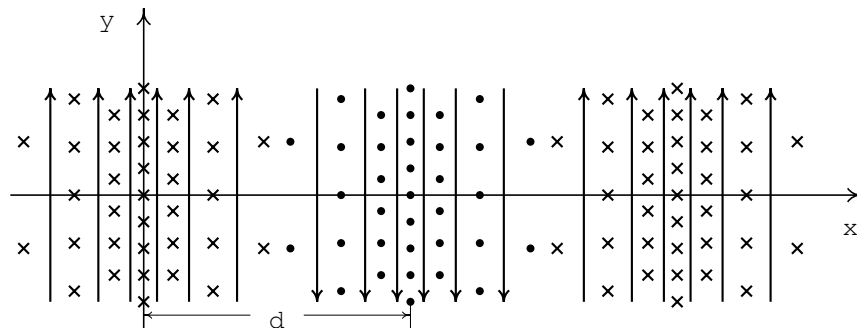
1. $I(t) = 0,669 \sin(314,16t - 1,2421)$ A.
2. $|Z| = 17 \Omega$, $\varphi = -11,46^\circ$, $Z = (16,66 - i3,38) \Omega$.
4. (a) $(2,039 + i25,50) \Omega$. (b) $(20,44 - i75,87) \Omega$. (c) $(9,566 - i52,72) \Omega$
5. $I = 94,9 \sin(316,2t)$ mA, $Q = 300 - 300 \cos(316,2t) \mu\text{C}$ (t em segundos)
6. (a) $\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ (b) $\frac{V_s}{V_e} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$

O circuito (a) filtra as tensões com frequências altas e o circuito (b) filtra as tensões com frequências baixas.

7. (a) $|Z| = 587 \Omega$, $\varphi = 75,2^\circ$. (b) 26,9 Hz. (c) 22,6 W

11 Ondas electromagnéticas

1. Considere uma onda electromagnética plana, polarizada linearmente na direcção do eixo dos x , que se propaga na direcção positiva do eixo dos y . A sua frequência é de 12 MHz e a sua amplitude é $E_0 = 0,008$ V/m; (a) calcule o período e o comprimento de onda (b) escreva uma expressão para $\mathbf{E}(t)$ e para $\mathbf{B}(t)$.
2. Uma onda harmónica plana, polarizada, com $\lambda = 3$ m, propaga-se na direcção do versor \vec{j} . Escreva as equações dos campos eléctrico e magnético, considerando que: (a) O versor de polarização é $\vec{e}_p = (\vec{i} + \vec{k})/\sqrt{2}$. (b) $\vec{e}_p = (\vec{i} + \sqrt{3}\vec{k})/2$. (c) A onda tem polarização circular negativa.
3. Considere uma onda electromagnética plana, polarizada linearmente na direcção do eixo dos x , que se propaga na direcção positiva do eixo dos y . A sua frequência é de 12 MHz e a sua amplitude é $E_0 = 0,008$ V/m. (a) Calcule o período e o comprimento de onda. (b) Escreva as funções de onda dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} .
4. A figura seguinte representa o campo electromagnético de uma onda plana de 420 MHz, no instante $t = 0$. As linhas de campo verticais representam o campo eléctrico e as linhas perpendiculares à folha de papel são as linhas de indução magnética. Calcule a distância d e escreva o vector de indução magnética em função do tempo e da coordenada x .



5. Uma onda electromagnética plana propaga-se no sentido negativo do eixo dos y . Num dado instante $t = 0$ o campo eléctrico é $\vec{E} = E_0 \sin(2,25 \cdot 10^7 y) \vec{k}$, onde y é medido em metros. (a) Calcule o comprimento de onda. (b) Calcule a frequência. (c) Diga qual é o vector de polarização.
6. Uma lâmina metálica muito extensa encontra-se sobre o plano xy . A lâmina é ligada a uma fonte variável que produz um campo eléctrico uniforme no plano xy , mas variável no tempo segundo a equação:

$$\vec{E} = E_0 \sin(\omega t) \vec{i},$$

onde E_0 e ω são constantes. O campo eléctrico na lâmina origina uma onda electromagnética plana. Escreva as funções que representam os campos eléctrico e de indução magnética da dita onda, em função do tempo e da posição.

Respostas

1. (a) e (b) $\vec{E} = E_0 \sin[2\pi \cdot 10^8(t - y/c)] \vec{e}_x$. (c) $\vec{E} = E_0 \{ \sin[2\pi \cdot 10^8(t - y/c + \varphi_0)] \vec{i} + \cos[2\pi \cdot 10^8(t - y/c + \varphi_0)] \vec{k} \}$.

Nos 3 casos $B_y = 0$, $B_x = E_z/c$ e $B_z = -E_x/c$

2. (a) $T = 83,33 \text{ ns}$, $\lambda = 25 \text{ m}$.

(b) $\vec{E} = 0,008 \cos(0,2513y - 75,40 \cdot 10^6 t + \varphi_0) \vec{i}$

$\vec{B} = -2,67 \cdot 10^{-11} \cos(0,2513y - 75,40 \cdot 10^6 t + \varphi_0) \vec{k}$ (unidades SI)

3. (a) $P = 8,33 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, $\lambda = 25 \text{ m}$.

(b) $\mathbf{E} = 0,008 \cos(0,2513y - 75,40 \cdot 10^6 t + \delta) \vec{i}$, $\mathbf{B} = -2,67 \cdot 10^{-11} \cos(0,2513y - 75,40 \cdot 10^6 t + \delta) \vec{k}$

4. $d = 35,7 \text{ cm}$, $\vec{B} = -B_0 \cos[2\pi(4,2 \cdot 10^8 t + 1,40x)] \vec{k}$ (t em segundos e x em metros)

5. (a) 279 nm . (b) $1,074 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. (c) O versor \vec{k}

$$6. \vec{E} = \begin{cases} E_0 \sin(\omega t - kz) \vec{i}, & z > 0 \\ E_0 \sin(\omega t + kz) \vec{i}, & z < 0. \end{cases} \quad \vec{B} = \begin{cases} \frac{E_0}{c} \sin(\omega t - kz) \vec{j}, & z > 0 \\ -\frac{E_0}{c} \sin(\omega t + kz) \vec{j}, & z < 0. \end{cases}$$