

# **Optimização da Exploração de Recursos Hídricos considerando o Efeito de Queda**

João Catalão †  
Silvio Mariano †  
Victor Mendes ‡  
Luís Ferreira §

† Departamento de Engenharia Electromecânica  
UBI – Universidade da Beira Interior  
Catalao@ubi.pt  
sm@ubi.pt

‡ Departamento de Engenharia Electrotécnica e Automação  
ISEL – Instituto Superior de Engenharia de Lisboa  
vfmendes@isel.pt

§ Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
IST – Instituto Superior Técnico  
lmf@ist.utl.pt

---

## **Abstract**

This paper focuses on the optimal scheduling of hydro power systems. A new methodology based on nonlinear optimisation is proposed for solving the problem considering the head change effect. The numerical results obtained for a case study illustrate the behaviour of the new methodology proposed.

## **Resumo**

Neste artigo é enunciado e descrito o problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Uma nova metodologia baseada em optimização não linear é proposta para a resolução deste problema tendo em consideração o efeito de queda. Apresentam-se os resultados numéricos obtidos para um caso de estudo e conclui-se sobre o desempenho da nova metodologia proposta.

**Keywords:** Optimal scheduling, Nonlinear optimisation, Head change effect

**Title:** Optimal scheduling of hydro power systems considering the head change effect.

---

## 1 Introdução

O sistema electroprodutor nacional é caracterizado actualmente por uma acentuada dependência externa dos combustíveis fósseis e por uma elevada intensidade energética do Produto Interno Bruto, que traduz a quantidade de energia necessária para produzir riqueza. Esta intensidade para Portugal, sendo uma das mais elevadas na União Europeia, resulta não só de um problema estrutural da economia nacional, mas também da menor eficiência de exploração do sistema electroprodutor nacional no que respeita aos recursos endógenos e renováveis, como por exemplo, os recursos hídricos. Assim, a promoção da eficiência energética e das energias renováveis constitui uma importante contribuição para a descarbonização da economia nacional (Catalão, 2006).

A componente hídrica assume relevo na produção anual de energia eléctrica, quer pela potência já instalada, quer pelo potencial ainda por aproveitar, embora a sua contribuição varie de anos húmidos para anos secos de acordo com a maior ou menor pluviosidade. Atendendo à evolução típica do diagrama de cargas ao longo do dia, os recursos hídricos têm a vantagem de poder responder prontamente a solicitações de potência, visto que, o armazenamento de energia sob a forma potencial constitui uma reserva estratégica de utilização praticamente imediata. Pelo que, os recursos hídricos desempenham um papel fundamental para o sistema electroprodutor nacional, aliando segurança, fiabilidade e economia de produção, apresentando ainda uma elevada flexibilidade de operação.

Os aproveitamentos hidroeléctricos podem ser classificados de acordo com a potência instalada, atendendo ao Decreto-Lei n.º 189/88, em:

- Mini-hídricas, de potência instalada inferior a 10 MW;
- Grandes aproveitamentos hidroeléctricos, de potência instalada superior a 10 MW.

Ainda, os grandes aproveitamentos hidroeléctricos podem ser classificados de acordo com a capacidade de armazenamento em:

- Aproveitamentos a fio de água — apresentam uma capacidade de armazenamento reduzida, aproveitando a energia do caudal afluente;
- Aproveitamentos de albufeira — armazenam o caudal afluente para utilização em condições mais vantajosas. Alguns destes aproveitamentos possuem capacidade de bombagem, podendo funcionar como turbina gerando energia eléctrica, ou podendo funcionar como bomba voltando a repor água na albufeira.

Nos aproveitamentos a fio de água a capacidade de armazenamento e a altura de queda são reduzidas. O tempo de vazamento, i.e., o tempo que levaria um reservatório a atingir o nível mínimo de água partindo do nível máximo de água e sem afluência hídrica, é de apenas algumas horas. Devido ao reduzido volume de água nestes reservatórios, a altura de queda pode variar significativamente, tornando a eficiência de exploração sensível à altura de queda: efeito de queda. Em Portugal, essa é a situação por exemplo no rio Douro, cujos aproveitamentos contribuem de forma relevante para a produção de energia eléctrica, dispendo no seu conjunto de uma potência instalada que é cerca de metade da potência total do sistema hidroeléctrico nacional.

O efeito de queda é um problema complexo e relevante na optimização da exploração de recursos hídricos. Tipicamente, considera-se que os recursos hídricos operam em condições estacionárias com altura de queda constante, sendo assumindo que a potência entregue é representada por uma função afim do caudal de água turbinado. Contudo, nos aproveitamentos a fio de água a potência entregue tem que ser considerada como uma função não só do caudal de água turbinado, mas também da altura de queda.

Assim, para aproveitamentos a fio-de-água é necessário considerar matematicamente o efeito de queda ao nível da função objectivo, e não só a nível contabilístico com actualizações de potência para a altura de queda realmente obtida. O problema do efeito de queda na optimização é ainda mais agudizado pelo aumento da potência instalada, quer de produção, quer de bombagem. O volume de água nos reservatórios mantém-se, as capacidades de turbinar e de bombear aumentam, logo o efeito de queda pode ser mais acentuado.

A programação dinâmica foi uma das primeiras metodologias utilizadas para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos (Amado and Ribeiro, 1987). A utilização da programação dinâmica para a resolução do problema permite obter a solução óptima. Contudo, a maldição da dimensionalidade implica que a sua utilização só seja possível para problemas de dimensão reduzida.

A programação linear em rede (Hreinsson, 1988; Piekutowski et al., 1994; Wood and Wollenberg, 1996) foi proposta como alternativa à programação dinâmica, tendo despertado interesse nos investigadores pelo facto de uma cascata hídrica ter uma estrutura que pode ser matematicamente modelada por uma rede de fluxos, o que torna esta alternativa apropriada ao problema de optimização da exploração de recursos hídricos. A programação linear em rede acomoda facilmente várias restrições, tais como, o balanço da água para cada reservatório, limites mínimos e máximos do volume de água nos reservatórios, e tempo de trânsito hídrico. A programação linear em rede proporciona códigos eficientes e robustos, comercializados e facilmente à disposição dos utilizadores. Contudo, a programação linear em rede apresenta a desvantagem de não permitir a consideração correcta das curvas características de potência entregue versus caudal de água turbinado para as centrais hídricas, tipicamente curvas não lineares e não convexas.

Mais recentemente, a metodologia baseada em optimização linear inteira-mista foi utilizada para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos (Chang et al., 2001; Conejo et al., 2002; Guan et al., 1999; Nilsson and Sjelvgren, 1999), usufruindo das vantagens da programação linear em rede e, simultaneamente, permitindo considerar a existência de zonas proibidas, i.e., valores de potência para os quais não se pode manter a turbina hídrica em funcionamento. Contudo, a discretização das curvas características de potência entregue versus caudal de água turbinado, utilizada nesta metodologia para considerar as variações da altura de queda, requer um incremento significativo na capacidade de memória e no tempo de computação.

Metodologias baseadas em inteligência artificial, nomeadamente redes neuronais artificiais (Liang and Hsu, 1996; Naresh and Sharma, 2002) e algoritmos genéticos (Cau and Kaye, 2002; Chen and Chang, 1996), foram também utilizadas para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Embora estas metodologias se apresentem como prometedoras para a resolução deste problema, apenas podem ser encontradas soluções sub-óptimas devido às heurísticas utilizadas no processo de decisão, para além da desvantagem do elevado tempo de computação.

A evolução tecnológica no final da década de noventa, ao nível da capacidade de cálculo dos computadores e do desempenho dos *solvers*, motivou a utilização de metodologias baseadas em optimização não linear para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos (Ni et al., 1999; Pursimo et al., 1998). As metodologias baseadas em optimização não linear permitem uma representação mais aproximada e fidedigna da realidade, comparativamente à programação linear em rede, apresentando hoje em dia tempos de computação aceitáveis (Catalão et al., 2006; Mariano et al., 2006).

Neste artigo é enunciado e descrito o problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Uma nova metodologia baseada em optimização não linear é proposta para a resolução deste problema tendo em consideração o efeito de queda. Apresentam-se os resultados numéricos obtidos para um caso de estudo e conclui-se sobre o desempenho da nova metodologia proposta.

## 2 Formulação do Problema

A notação usada neste artigo para a formulação do problema é apresentada seguidamente:

- $k$  — índice da hora;
- $j$  — índice do reservatório;
- $f(j)$  — índice do reservatório a montante da central  $j$ ;
- $t(j)$  — índice do reservatório a jusante da central  $j$ ;
- $K$  — número total de horas;
- $J$  — número total de reservatórios;
- $\lambda_k$  — preço da energia eléctrica na hora  $k$ ;
- $p_{jk}$  — potência entregue pela central  $j$  na hora  $k$ ;
- $v_{jk}$  — volume de água no reservatório  $j$  no final da hora  $k$ ;
- $v_j^{\min}$  — volume mínimo de água no reservatório  $j$ ;
- $v_j^{\max}$  — volume máximo de água no reservatório  $j$ ;
- $v_{j0}$  — volume inicial de água no reservatório  $j$ ;
- $v_{jK}$  — volume final de água no reservatório  $j$ ;
- $a_{jk}$  — afluência ao reservatório  $j$  na hora  $k$ ;
- $q_{jk}$  — caudal de água turbinado proveniente do reservatório  $j$  na hora  $k$ ;
- $q_j^{\min}$  — caudal mínimo de água turbinado proveniente do reservatório  $j$ ;
- $q_{jk}^{\max}$  — caudal máximo de água turbinado proveniente do reservatório  $j$  na hora  $k$ ;
- $\tau_{yj}^q$  — tempo que o caudal de água turbinado demora desde o reservatório  $y$  até ao reservatório  $j$ , em número de horas;
- $s_{jk}$  — caudal de água descarregado pelo reservatório  $j$  na hora  $k$ ;
- $\tau_{yj}^s$  — tempo que o caudal de água descarregado demora desde o reservatório  $y$  até ao reservatório  $j$ , em número de horas;
- $\eta_{jk}$  — eficiência de exploração associada à central  $j$  na hora  $k$ ;
- $\eta_j^{\min}$  — eficiência mínima de exploração associada à central  $j$ ;
- $\eta_j^{\max}$  — eficiência máxima de exploração associada à central  $j$ ;
- $h_{jk}$  — altura de queda entre o reservatório  $j$  e o reservatório imediatamente a jusante, na hora  $k$ ;
- $h_j^{\min}$  — altura mínima de queda entre o reservatório  $j$  e o reservatório imediatamente a jusante;
- $h_j^{\max}$  — altura máxima de queda entre o reservatório  $j$  e o reservatório imediatamente a jusante;
- $l_{jk}$  — nível de água no reservatório  $j$ , em relação ao mar, na hora  $k$ ;

- $l_j^{\min}$  — nível mínimo de água no reservatório  $j$ , em relação ao mar;
- $l_j^{\max}$  — nível máximo de água no reservatório  $j$ , em relação ao mar;
- $\Psi_j$  — função que determina o valor económico futuro da água armazenada no reservatório  $j$ ;
- $z$  — vector das variáveis de fluxo;
- $z^{\min}$  — vector dos limites mínimos associados às variáveis de fluxo;
- $z^{\max}$  — vector dos limites máximos associados às variáveis de fluxo;
- $b^{\min}$  — vector dos limites mínimos para as restrições;
- $b^{\max}$  — vector dos limites máximos para as restrições;
- $H$  — matriz Hessiana;
- $A$  — matriz dos coeficientes das restrições;
- $\mathcal{Y}_j$  — Conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório  $j$ .

O problema de optimização da exploração de recursos hídricos visa determinar os níveis de utilização para cada reservatório da cascata, durante o horizonte temporal considerado, atendendo à disponibilidade de água e às restrições físicas e operacionais de cada recurso. A forma de resolução deste problema consiste na maximização do valor económico da produção hidroeléctrica durante o horizonte temporal de uma semana, subdividido em períodos de uma hora.

O problema de optimização da exploração de recursos hídricos corresponde neste artigo a um problema de optimização não linear. A função objectivo a ser maximizada é dada por:

$$F = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \lambda_k p_{jk} + \sum_{j=1}^J \Psi_j(v_{jK}) \quad (1)$$

A função objectivo em (1) é composta por dois termos. O primeiro termo representa o lucro total auferido com a exploração dos recursos envolvidos no planeamento. O segundo termo representa o valor económico que a água armazenada nos reservatórios tem para a exploração futura, sendo este valor fornecido pelo planeamento de médio prazo.

O problema de optimização da exploração de recursos hídricos é sujeito a restrições de igualdade e restrições de desigualdade ou limites nas variáveis. As seguintes restrições descrevem as limitações de exploração associadas aos recursos:

$$v_{jk} = v_{j,k-1} + a_{jk} + \sum_{y \in \mathcal{Y}_j} (q_{y,k-\tau_{y_j}^q} + s_{y,k-\tau_{y_j}^s}) - q_{jk} - s_{jk} \quad j \in J \quad k \in K \quad (2)$$

$$p_{jk} = q_{jk} \eta_{jk}(h_{jk}) \quad j \in J \quad k \in K \quad (3)$$

$$h_{jk} = l_{f(j)k}(v_{f(j)k}) - l_{t(j)k}(v_{t(j)k}) \quad j \in J \quad k \in K \quad (4)$$

$$v_j^{\min} \leq v_{jk} \leq v_j^{\max} \quad j \in J \quad k \in K \quad (5)$$

$$q_j^{\min} \leq q_{jk} \leq q_{jk}^{\max}(h_{jk}) \quad j \in J \quad k \in K \quad (6)$$

$$s_{jk} \geq 0 \quad j \in J \quad k \in K \quad (7)$$

Em (2) é apresentada a equação do balanço da água para cada reservatório. O volume de água contido num determinado reservatório da cascata depende, quer da afluência a esse reservatório, quer do volume de água utilizado na conversão energética ou descarregado por esse reservatório, e ainda depende do volume de água proveniente dos reservatórios imediatamente a montante. Assim, os volumes de água são interdependentes devido à configuração física dos trânsitos hídricos na cascata, i.e., uma vez tomadas quaisquer decisões envolvendo um determinado reservatório, estas decisões vão influenciar, naquela hora e nas horas seguintes, as decisões posteriores, quer neste reservatório, quer em outros reservatórios a montante e a jusante deste. Esta interdependência entre os volumes de água obriga à utilização de restrições sobre uma estrutura que pode ser matematicamente modelada por uma rede de fluxos (Ferreira et al., 1989). A diferença entre o tempo que o caudal de água turbinado e o caudal de água descarregado demora entre dois reservatórios poderá ser considerável quando existe conduta forçada entre reservatórios para o trânsito do caudal de água turbinado, sendo normalmente o caudal de água descarregado para o leito do rio. O tempo de trânsito hídrico é considerado apenas no caso da duração desse trânsito hídrico ser significativa relativamente ao intervalo de tempo estabelecido para um período do horizonte temporal.

Em (3) a potência entregue  $p_{jk}$  é considerada uma função do caudal de água turbinado  $q_{jk}$  e da eficiência de exploração  $\eta_{jk}$ , que depende da altura de queda  $h_{jk}$  entre o reservatório a montante, donde provém a água para a central, e o reservatório a jusante, para onde é enviada posteriormente a água, da central.

Em (4) a altura de queda é considerada uma função do nível de água nos reservatórios a montante  $l_{f(j)k}$  e a jusante  $l_{t(j)k}$  da central, que dependem do volume de água nos reservatórios respectivos.

Em (5) impõem-se limites mínimos  $v_j^{\min}$  e máximos  $v_j^{\max}$  para o volume de água em cada reservatório  $j$ .

Em (6) impõem-se também limites mínimos e máximos para o caudal de água turbinado. O caudal mínimo de água turbinado  $q_j^{\min}$  é considerado nulo neste artigo, podendo no entanto ser imposto por razões de navegabilidade, recreativas ou ambientais. O caudal máximo de água turbinado  $q_{jk}^{\max}$  pode ser diferente em cada hora  $k$ , quando existe uma significativa dependência com a altura de queda.

Em (7) impõe-se um limite mínimo nulo para o caudal de água descarregado, não tendo contudo limite máximo, i.e., o seu valor é suficientemente grande. Por exemplo, esta descarga ocorre quando o volume de água está no seu limite máximo, sendo a descarga necessária por razões de segurança.

O volume inicial de água nos reservatórios  $v_{j0}$ , bem como a afluência aos reservatórios, são considerados valores conhecidos. Assume-se também que não existem quaisquer restrições de carácter dinâmico associadas aos recursos hídricos, em consequência da sua elevada flexibilidade de operação.

### 3 Problema de Optimização Não Linear

O problema de optimização não linear considerado neste artigo é formulado por:

$$\text{Max } F(z) \tag{8}$$

sujeito a:

$$\mathbf{b}^{\min} \leq \mathbf{A} \mathbf{z} \leq \mathbf{b}^{\max} \tag{9}$$

$$\mathbf{z}^{\min} \leq \mathbf{z} \leq \mathbf{z}^{\max} \tag{10}$$

Em (9) é apresentada uma restrição mais genérica que não só descreve (2), com  $\mathbf{b}^{\min} = \mathbf{b}^{\max}$ , correspondendo à equação do balanço da água para cada reservatório, mas também descreve a dependência que o caudal máximo de água turbinado tem relativamente à altura de queda. Esta dependência é assim representada por uma nova restrição de desigualdade que, após conveniente aproximação por uma função linear e posterior tratamento algébrico, é escrita de acordo com (9).

A restrição (10) corresponde às restrições (5) a (7), i.e., corresponde aos limites mínimos e máximos para o volume de água, para o caudal de água turbinado, e para o caudal de água descarregado.

Em (3) a eficiência de exploração depende da altura de queda entre os reservatórios a montante e a jusante da central. Assumindo uma aproximação por uma função linear, esta dependência é dada por:

$$\eta_{jk} = \eta_j^0 + \alpha_j h_{jk} \quad j \in J \quad k \in K \tag{11}$$

em que os parâmetros  $\eta_j^0$  e  $\alpha_j$  são a ordenada na origem e o declive, respectivamente, dados por:

$$\eta_j^0 = \eta_j^{\max} - \alpha_j h_j^{\max} \quad j \in J \tag{12}$$

$$\alpha_j = (\eta_j^{\max} - \eta_j^{\min}) / (h_j^{\max} - h_j^{\min}) \quad j \in J \tag{13}$$

Em (13) o parâmetro  $\alpha_j$  para cada reservatório  $j$  depende dos valores mínimos e máximos para a eficiência de exploração e para a altura de queda.

Em (4) o nível de água depende do volume de água no reservatório respectivo. Assumindo uma aproximação por uma função linear, esta dependência é dada por:

$$l_{jk} = l_j^0 + \beta_j v_{jk} \quad j \in J \quad k \in K \tag{14}$$

em que os parâmetros  $l_j^0$  e  $\beta_j$  são a ordenada na origem e o declive, respectivamente, dados por:

$$l_j^0 = l_j^{\max} - \beta_j v_j^{\max} \quad j \in J \tag{15}$$

$$\beta_j = (l_j^{\max} - l_j^{\min}) / (v_j^{\max} - v_j^{\min}) \quad j \in J \tag{16}$$

Em (16) o parâmetro  $\beta_j$  para cada reservatório  $j$  depende dos valores mínimos e máximos para o nível de água e para o volume de água.

Substituindo (11) em (3) tem-se que:

$$p_{jk} = q_{jk} (\eta_j^0 + \alpha_j h_{jk}) \quad j \in J \quad k \in K \quad (17)$$

Ainda, substituindo (4) e (14) em (17), a potência entregue é representada por uma função não linear, sendo dada por:

$$p_{jk} = \eta_j^0 q_{jk} + \alpha_j l_{f(j)}^0 q_{jk} - \alpha_j l_{t(j)}^0 q_{jk} + \alpha_j \beta_{f(j)} q_{jk} v_{f(j)k} - \alpha_j \beta_{t(j)} q_{jk} v_{t(j)k} \quad j \in J \quad k \in K \quad (18)$$

Um novo parâmetro  $\chi_j$ , que corresponde ao produto de  $\alpha_j$  por  $\beta_{f(j)}$ , é definido para ponderar a dependência não linear da potência entregue com o caudal de água turbinado e com o volume de água.

Em (6) o caudal máximo de água turbinado é considerado dependente da altura de queda. Assumindo uma aproximação por uma função linear, esta dependência é dada por:

$$q_{jk}^{\max} = q_j^0 - \delta_j h_{jk} \quad j \in J \quad k \in K \quad (19)$$

em que os parâmetros  $q_j^0$  e  $\delta_j$  são, respectivamente, dados por:

$$q_j^0 = q_j^{\text{hmin}} + \delta_j h_j^{\text{min}} \quad j \in J \quad (20)$$

$$\delta_j = (q_j^{\text{hmin}} - q_j^{\text{hmax}}) / (h_j^{\text{max}} - h_j^{\text{min}}) \quad j \in J \quad (21)$$

Em (21) o parâmetro  $\delta_j$  para cada reservatório  $j$  depende dos valores mínimos e máximos para a altura de queda e para o correspondente caudal máximo de água turbinado.

Substituindo (4) e (14) em (19) tem-se que:

$$q_{jk}^{\max} = q_j^0 - \delta_j l_{f(j)}^0 + \delta_j l_{t(j)}^0 - \delta_j \beta_{f(j)} v_{f(j)k} + \delta_j \beta_{t(j)} v_{t(j)k} \quad j \in J \quad k \in K \quad (22)$$

Assim, o caudal máximo de água turbinado é representado por uma função linear, sendo dado por:

$$q_{jk}^{\max} = \gamma_j^0 - \gamma_j^1 v_{f(j)k} + \gamma_j^2 v_{t(j)k} \quad j \in J \quad k \in K \quad (23)$$

em que os parâmetros  $\gamma_j^0$ ,  $\gamma_j^1$  e  $\gamma_j^2$  são, respectivamente, dados por:

$$\gamma_j^0 = q_j^0 - \delta_j l_{f(j)}^0 + \delta_j l_{t(j)}^0 \quad j \in J \quad (24)$$

$$\gamma_j^1 = \delta_j \beta_{f(j)} \quad j \in J \quad (25)$$

$$\gamma_j^2 = \delta_j \beta_{t(j)} \quad j \in J \quad (26)$$



Substituindo (23) em (6) obtém-se uma nova restrição de desigualdade, escrita de acordo com (9), sendo dada por:

$$q_{jk} + \gamma_j^1 v_{f(j)k} - \gamma_j^2 v_{t(j)k} \leq \gamma_j^0 \quad j \in J \quad (27)$$

Na nova metodologia baseada em optimização não linear a exploração de recursos hídricos é determinada tendo em consideração o efeito de queda.

### 4 Caso de Estudo

O caso de estudo é constituído por um sistema hidroeléctrico com sete reservatórios em cascata, apresentado na figura 1, sendo o horizonte temporal de 168 horas. Este sistema hidroeléctrico é baseado no Douro Nacional: aproveitamentos a fio de água de 1-Pocinho, 2-Valeira, 4-Régua, 5-Carrapatelo e 7-Crestuma-Lever; aproveitamentos de albufeira de 3-Vilar-Tabuaço e 6-Torrão.

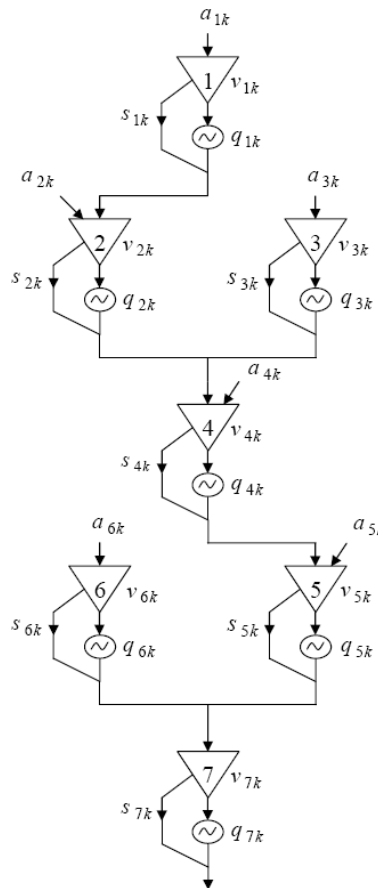


Figura 1: Sistema hidroeléctrico com sete reservatórios em cascata

O tempo de trânsito hídrico não é considerado neste caso de estudo, visto que, a duração desse trânsito hídrico não é significativa relativamente ao intervalo de tempo estabelecido para um período do horizonte temporal. A afluência aos reservatórios 1 a 6 é apresentada na figura 2, sendo que o reservatório situado no fim da cascata recebe apenas a água dos reservatórios a montante. Ainda, não é considerada a possibilidade de bombagem no reservatório 6. O perfil dos preços da energia eléctrica é apresentado na figura 3, sendo \$ uma quantidade monetária simbólica.

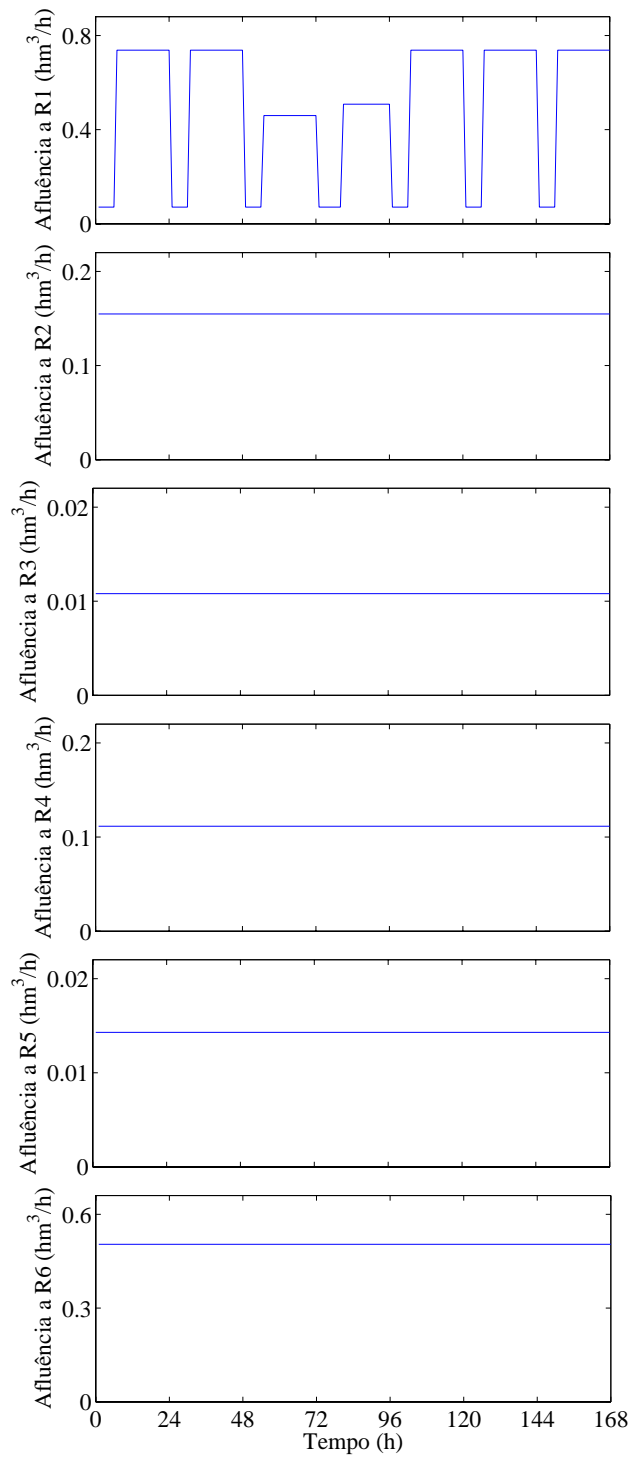


Figura 2: Afluência aos reservatórios 1 a 6

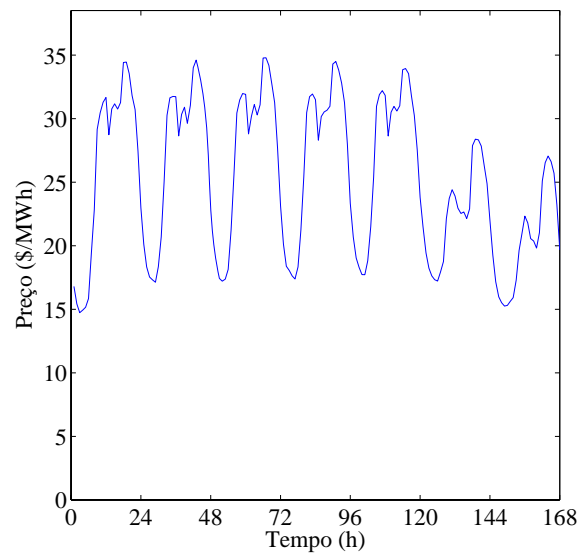


Figura 3: Perfil dos preços da energia eléctrica

A nova metodologia proposta foi implementada num computador com processador a 600-MHz e 256 MB de RAM, usando a aplicação informática MATLAB e o *solver* Xpress-MP.

Nas figuras 4 e 5 são apresentadas as trajetórias para o volume de água nos reservatórios e para o caudal de água turbinado.

O volume final de água nos reservatórios é restringido de forma a ser igual ao volume inicial de água nesses reservatórios, correspondendo a 80% do volume máximo de água. Ainda, o volume mínimo de água nos reservatórios corresponde a 40% do volume máximo de água.

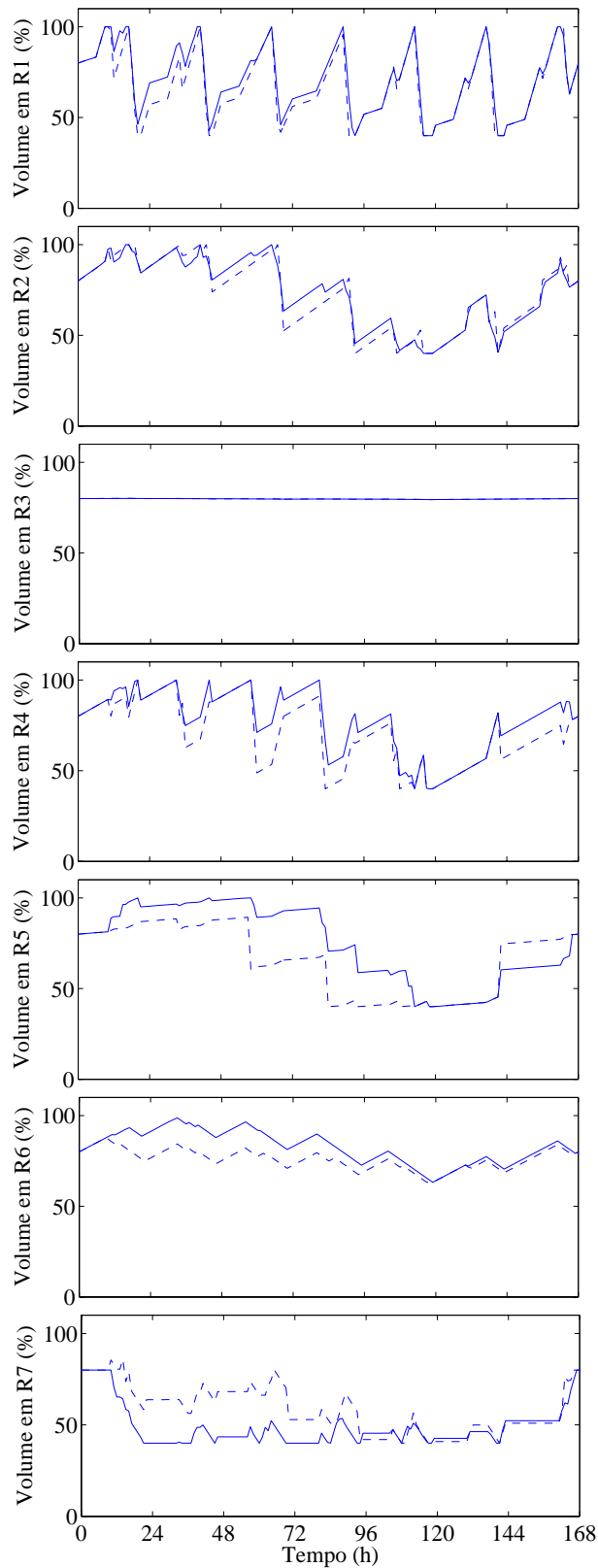


Figura 4: Volume de água nos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em otimização não linear e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em otimização linear

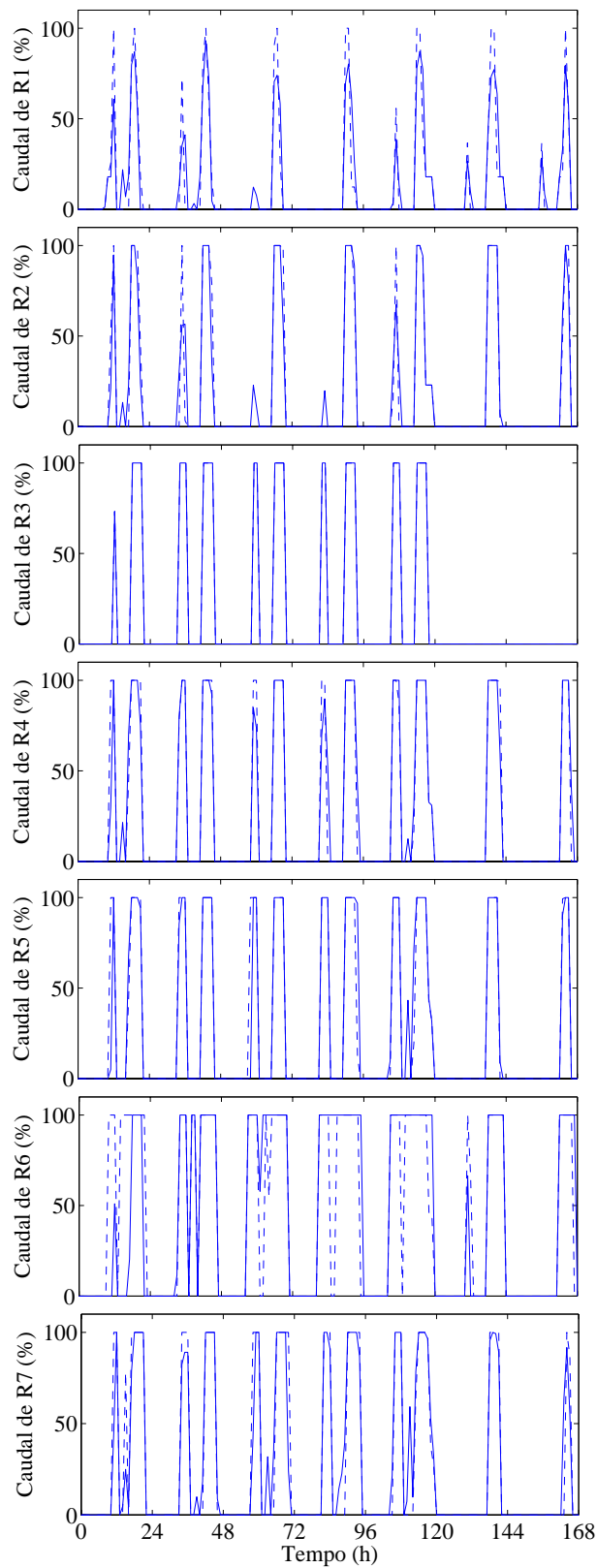


Figura 5: Caudal de água turbinado proveniente dos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em otimização não linear e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em otimização linear

Os resultados obtidos para o volume de água nos reservatórios, apresentados anteriormente na figura 4, permitem ilustrar a influência do efeito de queda na exploração ótima de recursos hídricos. Nos resultados obtidos com a nova metodologia baseada em otimização não linear, a trajectória para o volume de água nos reservatórios situados no início da cascata é elevada, visando a maximização do lucro total. Contrariamente, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no fim da cascata é reduzida, visando aumentar a altura de queda para os reservatórios imediatamente a montante.

Os resultados obtidos para o caudal de água turbinado proveniente dos reservatórios, apresentados anteriormente na Figura 5, mostram que o caudal de água turbinado varia mais acentuadamente, entre o mínimo e o máximo, para uma metodologia baseada em otimização linear comparativamente à nova metodologia baseada em otimização não linear, visto que, a metodologia baseada em otimização linear ignora o efeito de queda.

Na tabela 1 são apresentados os resultados comparativos entre as metodologias baseadas em otimização linear e não linear, para este caso de estudo. Assim, a nova metodologia proposta conduz a um lucro total superior.

Tabela 1: Resultados comparativos entre as metodologias baseadas em otimização linear e não linear

Optimização	Lucro (\$)	% Aumento	Tempo de computação (s)
Linear	1 522 440	-	2.25
Não Linear	1 598 700	5.01	4.14

Ainda, o tempo de computação adicional requerido pela nova metodologia proposta é de apenas 1.89s.

## 5 Conclusões

Nos aproveitamentos a fio de água, por exemplo no rio Douro, a reduzida capacidade de armazenamento torna a eficiência de exploração sensível à altura de queda. Assim, o problema de optimização da exploração de recursos hídricos deve ter em consideração o efeito de queda.

A resolução deste problema foi obtida através de uma nova metodologia baseada em optimização não linear, que considera não só a potência entregue como uma função do caudal de água turbinado e da altura de queda, mas também que o caudal máximo de água turbinado pode ser função da altura de queda, visando beneficiar a eficiência de exploração. A exploração ótima de recursos hídricos foi ilustrada em consequência do novo parâmetro apresentado, que pondera a dependência não linear da potência entregue com o caudal de água turbinado e com o volume de água.

Os resultados numéricos confirmam o bom desempenho da nova metodologia proposta, visto que, obtém uma melhor exploração comparativamente a uma metodologia baseada em optimização linear, com um tempo de computação reduzido.

## 6 Referências

- Amado, S. M. and Ribeiro, C. C. (1987) Short-Term Generation Scheduling of Hydraulic Multi-Reservoir Multi-Area Interconnected Systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 3, pp. 758-763.
- Catalão, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F., and Ferreira, L. A. F. M. (2006) Parameterisation Effect on the Behaviour of a Head-Dependent Hydro Chain using a Nonlinear Model, *Electric Power Systems Research*, Vol. 76, No. 6-7, pp. 404-412.
- Catalão, J. P. S. (2006) *Novas Metodologias de Optimização em Sistemas de Energia Hidrotérmicos*, Dissertação de Doutoramento, Universidade da Beira Interior, Covilhã.
- Cau, T. D. H. and Kaye, R. J. (2002) Evolutionary Optimisation Method for Multistorage Hydrothermal Scheduling, *IEE Proceedings-Generation Transmission and Distribution*, Vol. 149, No. 2, pp. 152-156.
- Chang, G. W., Aganagic, M., Waight, J. G., Medina, J., Burton, T., Reeves, S., and Christoforidis, M. (2001) Experiences With Mixed Integer Linear Programming Based Approaches on Short-Term Hydro Scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 4, pp. 743-749.
- Chen, P. -H. and Chang, H. -C. (1996) Genetic Aided Scheduling of Hydraulically Coupled Plants in Hydro-Thermal Coordination, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 2, pp. 975-981.
- Conejo, A. J., Arroyo, J. M., Contreras, J., and Villamor, F. A. (2002) Self-Scheduling of a Hydro Producer in a Pool-Based Electricity Market, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No. 4, pp. 1265-1272.
- Ferreira, L. A. F. M., Anderson, T., Imparato, C. F., Miller, T. E., Pang, C. K., Svoboda, A., and Vojdani, A. F. (1989) Short-Term Resource Scheduling in Multi-Area Hydrothermal Power Systems, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 11, No. 3, pp. 200-212.
- Guan, X., Svoboda, A., and Li, C. -A. (1999) Scheduling Hydro Power Systems with Restricted Operating Zones and Discharge Ramping Constraints, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 126-131.
- Hreinsson, E. B. (1988) Optimal Short Term Operation of a Purely Hydroelectric System, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 3, pp. 1072-1077.
- Liang, R. -H. and Hsu, Y. -Y. (1996) Short-Term Hydro-Scheduling using Hopfield Neural Network, *IEE Proceedings-Generation Transmission and Distribution*, Vol. 143, No. 3, pp. 269-275.
- Mariano, S. J. P. S., Catalão, J. P. S., Mendes, V. M. F., and Ferreira, L. A. F. M. (2006) Analysis of the Short-Term Profit-Based Behavior of a Hydroelectric Energy System using a Nonlinear Programming Method, *Proceedings of the 19th Mini-EURO Conference on Operational Research Models and Methods in the Energy Sector*, Coimbra, Portugal.
- Naresh, R. and Sharma, J. (2002) Short Term Hydro Scheduling using Two-Phase Neural Network, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 24, No. 7, pp. 583-590.
- Ni, E., Guan, X., and Li, R. (1999) Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, pp. 1127-1132.
- Nilsson, O. and Sjelvgren, D. (1996) Mixed-Integer Programming Applied to Short-Term Planning of a Hydro-Thermal System, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 1, pp. 281-286.
- Piekutowski, M., Litwinowicz, T., and Frowd, R. J. (1994) Optimal Short-Term Scheduling for a Large-Scale Cascaded Hydro System, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 2, pp. 805-811.

Pursimo, J. M., Antila, H. K., Vilkkko, M. K., and Lautala, P. A. (1998) A Short-Term Scheduling for a Hydropower Power Plant, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 8, pp. 525-532.

Wood, A. J. and Wollenberg, B. F. (1996) *Power Generation, Operation and Control*, Wiley, New York, USA.