# Despacho Económico-Ambiental de Sistemas de Energia Termoeléctricos Inseridos no Mercado de Carbono

V.M.F. Mendes*, J.P.S. Catalão**, S.J.P.S. Mariano** e L.A.F.M. Ferreira***

* Departamento de Engenharia Electrotécnica e Automação
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
Rua Conselheiro Emídio Navarro – Lisboa
Telf: +351 218 317 038; fax: +351 218 317 009; e-mail: vfmendes@isel.pt

** Departamento de Engenharia Electromecânica
Universidade da Beira Interior
Calçada Fonte do Lameiro – Covilhã
Telf: +351 275 329 759; fax: +351 275 329 972; e-mail: catalao@ubi.pt, sm@ubi.pt

*** Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Instituto Superior Técnico
Avenida Rovisco Pais – Lisboa
Telf: +351 218 417 700; fax: +351 218 417 421; e-mail: lmf@ist.utl.pt

***Resumo*** **— Esta comunicação aborda o despacho económico, considerando não só a racionalidade proveniente da vertente económica, mas também a proveniente da emissão poluente, formulando um problema de optimização biobjectivo. A formulação é justificada pelo facto do problema tradicional de despacho económico não ser adequado ao tratamento das emissões e à sua inserção no mercado de carbono. Um caso de estudo é apresentado e discutido, sendo obtida a curva de compromisso entre o custo de combustível e a emissão poluente para o despacho económico-ambiental.**

## 1. Introdução

A actividade desenvolvida para a satisfação da energia eléctrica necessária à multiplicidade das tarefas constituintes da actividade humana tem contribuído significativamente para alterações climáticas, aumentando o efeito de estufa, originado pela emissão poluente motivada pelo uso dos combustíveis fosseis. As preocupações ambientais que foram surgindo conduziram à elaboração de um acordo global de combate às alterações climáticas dito de Protocolo de Quioto.

O Protocolo de Quioto entrou em vigor em 16 de Fevereiro de 2005, embora sem a ratificação dos Estados Unidos da América, que são globalmente o maior responsável pela emissão de gases de efeito de estufa, cerca de 36% em 1990. Este protocolo determina que os países desenvolvidos reduzam, em conjunto, as suas emissões de gases com efeito de estufa em pelo menos 5% até 2012, em relação ao ano 1990, ano de referência. A Comunidade Europeia e os seus Estados membros têm que cumprir em conjunto uma redução global de pelo menos 8%, em relação ao ano 1990, sendo definidas, ao abrigo do compromisso comunitário de partilha de responsabilidades, metas diferenciadas para cada um dos Estados membros. Portugal tem como meta limitar o aumento da sua emissão a valores não superiores a 27% em relação ao ano 1990. A redução de emissão estabelecida no Protocolo de Quioto pode ser concretizada recorrendo ao mercado de emissões, que é um dos sistemas previstos nos chamados mecanismos de flexibilidade do Protocolo. No período de 2005 a 2007 o mercado de emissões trata apenas o $CO_2$.

Tradicionalmente, em sistemas de energia eléctrica, a emissão poluente não foi objecto de tratamento nas fases de longo, médio e curto prazo para o planeamento da operação do sistema, visto que, o seu custo foi externalizado. Assim, as aplicações computacionais para o planeamento de curto prazo determinam a afectação dos grupos térmicos [1], que vão entrar em despacho económico, sendo o despacho económico tradicional descrito com um problema de programação matemática que consiste em minimizar só o custo do combustível sujeito à satisfação da procura de energia eléctrica e aos limites técnicos de operação dos grupos. Com a internalização do custo proveniente da emissão poluente o planeamento da operação do sistema tem que ser reformulado [2-3]. É normal que o custo de combustível aumente com a diminuição da emissão poluente, visto que, os combustíveis fósseis mais poluentes têm tipicamente preços inferiores. Consequentemente, a função que determina o custo de combustível e a função que determina o nível de emissão poluente para um parque de grupos térmicos tendem a ser por natureza funções conflituosas. O problema de despacho económico passa a ser formulado como um problema de programação matemática biobjectivo. As funções objectivo para o problema são o custo de combustível e o nível de emissão poluente total do parque de grupos. O despacho económico é então caracterizado pelas duas funções objectivo e consiste em determinar as atribuições mais eficientes de potência eléctrica, Pareto óptimas, para a operação dos grupos.

Nesta comunicação é apresentada uma contribuição usando uma formulação de programação matemática biobjectivo para a criação de uma aplicação informática para um sistema de informação de tomada de decisão de despacho económico na operação de grupos térmicos em sistemas de energia eléctrica, considerando a emissão poluente em ambiente de mercado de carbono; é formulado e estudado o problema de despacho económico com consideração da emissão poluente, recorrendo às condições de Karush-Kuhn-Tucker para a identificação do óptimo; é apresentado e discutido um caso de estudo, determinando a curva de compromisso entre os objectivos conflituosos, custo de combustível e nível de emissão poluente. Esta curva no espaço dos objectivos dita de curva de Pareto permite obter soluções não dominadas, correspondendo a soluções eficientes no espaço das variáveis de decisão, suportando com racionalidade a consideração do mercado do carbono.

## 2. Formalismo

O despacho económico para a operação de grupos térmicos, considerando o custo do combustível e a emissão poluente, é descrito por um problema de programação matemática biobjectivo que consiste em minimizar as funções objectivo, função que determina o custo de combustível e a função que determina o nível de emissão poluente, sujeito à satisfação da procura de energia eléctrica e aos limites técnicos de operação dos grupos.

Considere um parque de grupos térmicos com I grupos. Sejam C(p) a função que determina o custo total de combustível usado e E(p) a função que determina o nível total de emissão poluente no parque de grupos quando os grupos entregam as potências indicadas pelas coordenadas do vector p. O problema de despacho económico é descrito pelo problema de programação matemática biobjectivo

$$\min \{C(p), E(p)\} \quad \text{s.a} \quad p \in F \tag{1}$$

sendo: p o vector cujas coordenadas são as decisões de nível de potência para os grupos e F o conjunto das potências p admissíveis. O conjunto F será definido pela restrição global, satisfação da potência eléctrica D determinada pela procura de energia eléctrica, escrita como

$$D - \sum_i p_i = 0 \tag{2}$$

e por restrições locais, limites técnicos de operação dos grupos, que são escritos como

$$\underline{p}_i \leq p_i \leq \overline{p}_i \tag{3}$$

As variáveis de decisão do problema em (1) são variáveis não discretas, visto que, no despacho económico não são tomadas decisões sobre a entrada de grupos em funcionamento ou a sua saída de funcionamento e normalmente os grupos em operação apresentam um intervalo continuo de valores de potência admissível entre um mínimo não necessariamente nulo e um valor máximo. Se para um grupo o intervalo for singular, então a potência eléctrica está decidida nesse grupo: o despacho é feito com os restantes grupos, satisfazendo a potência eléctrica D menos a potência eléctrica desse grupo.

Nesta comunicação, para gerar as soluções óptimas de Pareto do problema (1), foi usada a metodologia da soma ponderada das funções objectivo. O problema (1) é modificado para o seguinte problema ponderado

$$\min G(p; w, \theta) \quad \text{s.a} \quad p \in F \tag{4}$$

sendo

$$G(p; w, \theta) = (1 - w)\, C(p) + w\, \theta\, E(p)$$

com $0 \leq w \leq 1$ e $\theta > 0$.

$\theta$ é um parâmetro que pode por exemplo corresponder a um factor conversão de unidades. O problema ponderado (4) é um problema só com uma função objectivo.

A metodologia da soma ponderada das funções objectivo permite obter os pontos extremos eficientes [4] para o problema (1), pontos não dominados, no espaço dos critérios definido pelas duas funções objectivo, quando w toma os valores do intervalo [ 0, 1]. Os pontos extremos eficientes determinam a curva de Pareto, que permite um suporte à tomada de decisão de despacho económico considerando o mercado de carbono.

Considere a seguinte convenção de escrita no que se segue: X é substituído por C, E e G respectivamente para o custo operativo, para o nível de emissão poluente e para a função objectivo do problema ponderado (4). O custo operativo, o nível de emissão poluente e a função objectivo do problema ponderado são a soma de contribuições individuais dos grupos, pelo que

$$X(p) = \sum_i X_i(p_i) \tag{5}$$

Considere para os grupos i = 1, 2, . . . , I que as funções que determinam os custos operativos e os níveis de emissão poluente são descritas por um desenvolvimento em série de Taylor até à segunda ordem

$$X_i(p_i) = \alpha_i^x + \beta_i^x\, p_i + \frac{\gamma_i^x\, p_i^2}{2} \tag{6}$$

sendo $\alpha_i^x, \beta_i^x \in \Re$ e $\gamma_i^x \in \Re^+ \cup \{0\}$.

Assim, as funções que determinam os custos operativos e os níveis de emissão poluente dos grupos são funções convexas continuamente diferenciáveis. Então o problema (1) é um problema convexo e o teorema de Karush-Kuhn-Tucker é uma condição necessária e suficiente para a identificação dos óptimos de Pareto [4].

Com o objectivo de caracterizar o mérito dos grupos serão calculados os seguintes parâmetros económicos e de emissão poluente dos grupos: o custo incremental e a emissão incremental; o nível de potência eléctrica para a melhor eficiência do grupo, correspondente ao menor custo e o correspondente à menor emissão por unidade de potência eléctrica. O custo incremental e a emissão incremental são determinados por

$$IX_i(p_i) = \beta_i^x + \gamma_i^x \, p_i \quad (7)$$

o nível de potência eléctrica para a melhor eficiência do grupo é determinado pela solução do problema

$$\min \frac{\alpha_i^x}{p_i} + \frac{\gamma_i^x \, p_i}{2}$$

s.a

$$\underline{p}_i \le p_i \le \overline{p}_i \quad (8)$$

cujo ponto óptimo é

$$p_i^{ef\,x} = \min\{\max\{\underline{p}_i, \sqrt{2\alpha_i^x / \gamma_i^x}\}, \overline{p}_i\} \quad (9)$$

se $\underline{p}_i \le \sqrt{2\alpha_i^x / \gamma_i^x} \le \overline{p}_i$, o menor custo ou a menor emissão por unidade de potência é determinado por

$$\lambda_i^{ef\,x} = \beta_i^x + \sqrt{2\alpha_i^x \gamma_i^x} \quad (10)$$

em geral será determinado por

$$\lambda_i^{ef\,x} = \beta_i^x + \frac{\alpha_i^x}{p_i^{ef\,x}} + \frac{\gamma_i^x \, p_i^{ef\,x}}{2} \quad (11)$$

Caso o custo total operativo internalizando o custo do nível de emissão poluente seja escrito como

$$C^t(p;\pi) = C(p) + \pi\theta \, E(p) \text{ com } \pi \ge 0 \quad (12)$$

e seja a atribuição $w = \dfrac{\pi}{\pi+1}$, i. e., $\pi = \dfrac{w}{1-w}$

a relação entre a função objectivo do problema (4) e o custo total operativo internalizando o custo do nível de emissão poluente é escrito como

$$C^t(p;\pi,\theta) = \frac{1}{1-w} \, G(p; w, \theta), \quad 0 < w < 1 \quad (13)$$

Se o custo total operativo for escrito como

$$C^t(p;\pi', \theta') = C(p) + \pi'\theta' \, E(p) \text{ com } \pi' \ge 0$$

então para que haja identificação dos respectivos problemas ponderados tem que verificar-se

$$G(p; w', \theta') = \frac{\theta'}{(1-w)\theta' + w\theta} \, G(p; w, \theta)$$

$$\text{sendo } w' = \frac{w\,\theta}{(1-w)\theta' + w\theta} \quad (14)$$

Assim, conclui-se que a função objectivo do problema (4) pode ser interpretada como representando a menos de uma constante multiplicativa o custo total operativo internalizando o custo do nível de emissão poluente. Ainda, conclui-se que na função objectivo do problema (4) basta considerar só um parâmetro da combinação convexa, tomando o outro, por exemplo, o valor unitário, desde que por (14) se escolha o valor correspondente para o parâmetro da combinação convexa, não havendo alteração no ponto solução de (4). Então seja

$$G(p; w) = G(p; w, 1)$$

i. e., na continuação, desta comunicação, será considerado que a função objectivo de problema (4) só apresenta um parâmetro, o da combinação convexa.

## 3. Óptimo

O problema ponderado é um problema de programação matemática convexo com função objectivo continuamente diferenciável e será escrito como

$$\min \sum_i \alpha_i^G(w) + \beta_i^G(w)\, p_i + \frac{\gamma_i^G(w)\, p_i^2}{2}$$

s.a

$$D - \sum_i p_i = 0$$

$$\underline{p}_i - p_i \le 0$$

$$p_i - \overline{p}_i \le 0 \quad (15)$$

sendo

$$\alpha_i^G(w) = (1-w)\,\alpha_i^C + w\,\alpha_i^E$$

$$\beta_i^G(w) = (1-w)\,\beta_i^C + w\,\beta_i^E$$

$$\gamma_i^G(w) = (1-w)\,\gamma_i^C + w\,\gamma_i^E.$$

O teorema de Karush-Kuhn-Tucker é uma condição necessária e suficiente para a identificação do óptimo de (15), sendo as condições escritas como

K_K_T.1 $\sum_i p_i^* = D$, $\underline{p}_i \le p_i^* \le \overline{p}_i \quad i = 1, 2, \dots, I$

K_K_T.2 $\exists \, \underline{\lambda}_i, \overline{\lambda}_i \ge 0$ tal que

$$\underline{\lambda}_i(\underline{p}_i - p_i^*) = 0$$

$$\overline{\lambda}_i(p_i^* - \overline{p}_i) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, I$$

K_K_T.3 $\exists \, \lambda \in \Re$ tal que

$$IG_i(p_i^*) - \underline{\lambda}_i + \overline{\lambda}_i = \lambda \quad i = 1, 2, \dots, I.$$

O formalismo do despacho (15) é idêntico ao do despacho tradicional, sendo

$$IG_i(p_i) = (1-w)\, IC_i(p_i) + w\, IE_i(p_i) \quad (16)$$

Logo a derivada da função objectivo varia entre o custo incremental e a emissão incremental do grupo quando o parâmetro da combinação convexa varia entre zero e um.

No despacho económico não são feitas decisões sobre a entrada de grupos em funcionamento ou a sua saída de funcionamento pelo que os termos independentes das potências na função objectivo não influenciam o despacho. O mesmo se pode concluir pelo facto das condições de Karush-Kuhn-Tucker não dependerem desse termo, visto que, a derivada na condição K_K_T.3 filtra esse termo. No despacho é relevante para cada grupo o valor

$$\overline{IG}_i = IG_i(\overline{p}_i) = \beta_i^G + \gamma_i^G \overline{p}_i \tag{17}$$

quanto menor for (16) mais vantagem tem o grupo para o mesmo valor da potência eléctrica máxima. O valor

$$\underline{IG}_i = IG_i(\underline{p}_i) = \beta_i^G + \gamma_i^G \underline{p}_i \tag{18}$$

atendendo a que a derivada da função objectivo é monótona não crescente é nunca superior ao anterior (16), sendo também relevante na definição da potência do grupo como é mostrado em seguida e no caso de estudo.

Para um grupo i em despacho a potência eléctrica atribuída dependente de D, podendo a potência eléctrica ser

$$p_i(D) = \overline{p}_i \text{ ou } \underline{p}_i < p_i(D) < \overline{p}_i \text{ ou } p_i(D) = \underline{p}_i$$

Se $p_i(D) = \overline{p}_i$, então $\underline{\lambda}_i = 0 \quad \overline{\lambda}_i \geq 0$. Pelo que

$$IG_i(p_i) = \lambda - \overline{\lambda}_i \leq \lambda$$

Então o conjunto das unidades que tomam o valor de potência eléctrica máximo é descrito como

$$I^{\leq}(\lambda) = \{i \in I : \overline{IG}_i \leq \lambda\}$$

Se $\underline{p}_i < p_i(D) < \overline{p}_i$, então $\underline{\lambda}_i = \overline{\lambda}_i = 0$. Pelo que

$$\underline{IG}_i < IG_i(p_i) = \lambda < \overline{IG}_i$$

sendo $p_i = \dfrac{\lambda - \beta_i^G}{\gamma_i^G}$.

Então o conjunto das unidades que tomam o valor de potência eléctrica entre o valor mínimo e o valor máximo excluindo os extremos é descrito como

$$I^{>}_{<}(\lambda) = \{i \in : \underline{IG}_i < \lambda < \overline{IG}_i\}$$

Se $p_i(D) = \underline{p}_i$, então $\underline{\lambda}_i \geq 0 \quad \overline{\lambda}_i = 0$. Pelo que

$$IG_i(p_i) = \lambda + \underline{\lambda}_i \geq \lambda$$

Então o conjunto das unidades que tomam o valor de potência eléctrica mínimo é descrito como

$$I_{\geq}(\lambda) = \{i \in I : \overline{IG}_i \geq \lambda\}$$

Obviamente, que os três conjuntos anteriores são uma partição do conjunto dos índices das unidades.

A restrição global, satisfação da potência eléctrica D determinada pela procura de energia eléctrica, atendendo à partição do conjunto dos índices, será escrita como

$$\sum_{i \in I^{\leq}(\lambda)} \overline{p}_i + \sum_{i \in I^{>}_{<}(\lambda)} \frac{\lambda - \beta_i^G}{\gamma_i^G} + \sum_{i \in I_{\geq}(\lambda)} \underline{p}_i = D$$

Portanto, D pode ser determinado em forma fechada em função do multiplicador de Lagrange. A relação inversa é

$$\lambda = \beta_{eq}^G + \gamma_{eq}^G \Big(D - \sum_{i \in I_{\geq}(\lambda)} \underline{p}_i - \sum_{i \in I^{\leq}(\lambda)} \overline{p}_i\Big)$$

sendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma_{eq}^G} &= \sum_{i \in I^{>}_{<}(\lambda)} \frac{1}{\gamma_i^G} \\ \beta_{eq}^G &= \gamma_{eq}^G \sum_{i \in I^{>}_{<}(\lambda)} \frac{\beta_i^G}{\gamma_i^G} \end{aligned} \tag{19}$$

Pode mostrar-se que nesta formulação o conjunto de grupos em despacho é equivalente a um grupo com um custo total determinado por uma função quadrática de D, por troços e não necessariamente diferenciável.

## 4. Caso

A determinação de D em forma fechada e o despacho económico-ambiental inserido no mercado do carbono são os objectivos deste caso. Considere o parque de grupos indicado na tabela seguinte.

TABELA I
CARACTERÍSTICAS DOS GRUPOS

| | Custo [€/h] | | | | | Emissão [$10^3$kg/MWh] | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\underline{p}_i$ | $\overline{p}_i$ | a | b | C |
| G1 | 1410 | 10.39 | 0.019 | 20 | 250 | 31.6 | -0.01 | 0.008 |
| G2 | 1207 | 18.96 | 0.018 | 60 | 300 | 36.9 | -0.02 | 0.007 |
| G3 | 2277 | 49.71 | 0.010 | 50 | 250 | 20.0 | -0.01 | 0.005 |
| | | | total | 130 | 800 | | | |

O valor mínimo e o máximo da potência eléctrica D determinada pela procura de energia eléctrica tem que ser respectivamente de 130 [MW] e de 800 [MW].

TABELA II
CUSTO E EMISSÃO, INCREMENTAL E EFICIÊNCIA

| Grupo | $\underline{IC}$ | $\overline{IC}$ | $\lambda_i^{ef\,C}$ | $\underline{IE}$ | $\overline{IE}$ | $\lambda_i^{ef\,E}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| G1 | 10.77 | 15.14 | 18.41 | 0.15 | 1.99 | 0.70 |
| G2 | 20.04 | 24.36 | 25.68 | 0.40 | 2.08 | 0.70 |
| G3 | 50.21 | 52.21 | 60.07 | 0.24 | 1.24 | 0.44 |

A ordem dos grupos na tabela anterior coincide com a ordem crescente do custo incremental máximo. A ordem crescente da emissão incremental máxima dos grupos é G3, G1, G2. A ordenação dos grupos em função do valor máximo da derivada das funções da contribuição de cada grupo para a função objectivo do problema ponderado (15) é variável. Na Fig.1 é ilustrada a variação do intervalo da derivada, sendo $\theta'=10$ e $w'$ relacionado com $w$ por (14).

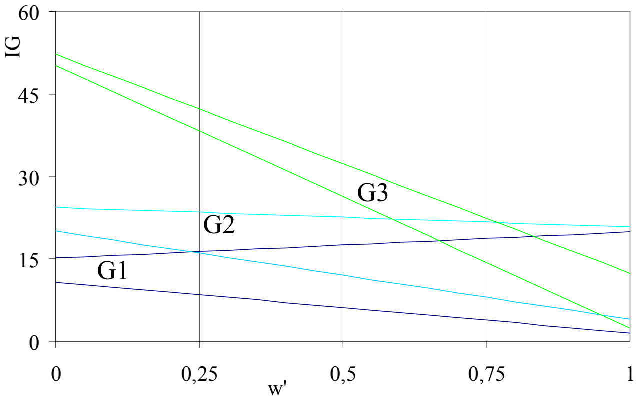


Fig .1. Derivada das contribuições para cada grupo da função objectivo do problema ponderado em função de w’

Se o custo unitário do nível de emissão poluente aumentar a tecnologia de G1 vai perdendo vantagens relativamente à de G3. Quando w for tal que

$$[\overline{IC}]_3^1 + w([\overline{IE}]_3^1 - [\overline{IC}]_3^1) = 0$$

sendo $[\overline{IC}]_3^1 = \overline{IC}_1 - \overline{IC}_3$ e $[\overline{IE}]_3^1 = \overline{IE}_1 - \overline{IE}_3$

o custo unitário por (12) é de 49.4 [€/$10^3$Kg].

Com w = 0, o despacho é o indicado na tabela seguinte.

TABELA III
DESPACHO ECONÓMICO TRADICIONAL

| | λ [€/MWh] | G1[MW] | G2[MW] | G3[MW] | D[MW] |
|---|---|---|---|---|---|
| $\underline{IC}_1$ | 10.77 | 20 | 60 | 50 | 130 |
| $\overline{IC}_1$ | 15.14 | 250 | 60 | 50 | 360 |
| $\underline{IC}_2$ | 20.04 | 250 | 60 | 50 | 360 |
| $\overline{IC}_2$ | 24.36 | 250 | 300 | 50 | 600 |
| $\underline{IC}_3$ | 50.21 | 250 | 300 | 50 | 600 |
| $\overline{IC}_3$ | 52.21 | 250 | 300 | 250 | 800 |

O algoritmo de decisão é escrito como

<u>se</u> $D = 130$ , <u>então</u>
$p_1 = 20$, $p_2 = 60$, $p_3 = 50$
<u>senão</u> $130 < D \le 360$, <u>então</u>
$p_1 = D - 110$, $p_2 = 60$, $p_3 = 50$
<u>senão</u> $360 < D \le 600$, <u>então</u>
$p_1 = 250$, $p_2 = D - 300$, $p_3 = 50$
<u>senão</u> $600 < D \le 800$, <u>então</u>
$p_1 = 250$, $p_2 = 300$, $p_3 = D - 550$
<u>fim.</u>

Portanto, para w = 0 só há um grupo da cada vez em regulação de potência. Com w = 1, a potência dos grupos é indicada na tabela seguinte.

TABELA IV
DESPACHO DE MÍNIMA EMISSÃO

| | λ [€/MWh] | G1[MW] | G2[MW] | G3[MW] | D[MW] |
|---|---|---|---|---|---|
| $\underline{IE}_1$ | 0.15 | 20 | 60 | 50 | 130 |
| $\underline{IE}_3$ | 0.24 | 31.25 | 60 | 50 | 141.25 |
| $\underline{IE}_2$ | 0.40 | 51.25 | 60 | 82 | 193.25 |
| $\overline{IE}_3$ | 1.24 | 156.25 | 180 | 250 | 586.25 |
| $\overline{IE}_1$ | 1.99 | 250 | 287.14 | 250 | 787.14 |
| $\overline{IE}_2$ | 2.08 | 250 | 300 | 250 | 800 |

Para $0.24 < \lambda \le 0.40$ o grupo G1 e o G3 estão em regulação de potência sendo por (19)

$$\gamma_{eq13}^G = 0.003,\ \beta_{eq13}^G = -0.010$$

os factores de participação dos grupos são

$$f_{1,13}^G = 0.385,\ f_{3,13}^G = 0.615$$

como os grupos apresentam os mesmo valor para o termo linear na função que determina o nível de emissão, então estes valores para os factores determinam a partição da potência entre os grupos, sendo a preferência para o G3.

Para $0.40 < \lambda \le 1.24$ todos os grupos estão em regulação de potência sendo por (19)

$$\gamma_{eq123}^G = 0.002,\ \beta_{eq123}^G = -0.013$$

os factores de participação dos grupos são

$$f_{1,123}^G = 0.267,\ f_{2,123}^G = 0.305,\ f_{3,123}^G = 0.428$$

como os grupos não apresentam os mesmo valor para o termo linear na função que determina o nível de emissão, então estes valores para os factores determinam a partição da potência entre os grupos, a menos de termos aditivos com soma nula, sendo dados por

$$D_{1,123}^G = -0.382,\ D_{2,123}^G = 0.992,\ D_{3,123}^G = -0.611$$

comparando os factores de participação conclui-se que de novo a preferência é para o G3.
O grupo G1 e o G2 estão em regulação de potência quando $1.24 < \lambda \le 1.99$, sendo por (19)

$$\gamma_{eq12}^G = 0.004,\ \beta_{eq12}^G = -0.015$$

os factores de participação dos grupos são

$$f_{1,12}^G = 0.467,\ f_{2,12}^G = 0.533$$

como os grupos não apresentam os mesmo valor para o termo linear na função que determina o nível de emissão, então estes valores para os factores determinam a partição da potência entre os grupos, a menos de termos aditivos com soma nula, sendo dados por

$$D^G_{1,12} = -0.667, \; D^G_{2,12} = 0.667$$

O algoritmo de decisão é escrito como

se $D = 130$, então

$p_1 = 20$, $p_2 = 60$ e $p_3 = 50$

senão $130 < D \le 141.25$, então

$p_1 = D - 110$, $p_2 = 60$ e $p_3 = 50$

senão $141.25 < D \le 193.25$, então

$p_i = f^G_{i,13}(D - 60)$ para i = 1, 3 e $p_2 = 60$

senão $193.25 < D \le 586.25$, então

$p_i = D^G_{i,123} + f^G_{i,13} D$ para i = 1, 2, 3

senão $586.25 < D \le 787.14$, então

$p_i = D^G_{i,12} + f^G_{i,13}(D - 250)$ para i = 1, 2 e $p_3 = 250$

senão $787.14 < D \le 800$, então

$p_1 = 250$, $p_2 = D - 500$ e $p_3 = 250$

fim.

No primeiro algoritmo, G3 só entra em regulação de potência no último intervalo de potência de carga desse algoritmo. No segundo algoritmo, G3 já está fora de regulação nesse intervalo, mas até ao segundo intervalo de potência de carga do segundo algoritmo, ambos os algoritmos apresentam o mesmo despacho de potência. Ainda, neste intervalo qualquer que seja o valor do parâmetro da combinação convexa em (4) serão sempre obtidas as mesmas potências: o ponto óptimo ideal de (1) é um ponto admissível. Portanto, além do caso em que o conjunto das decisões admissíveis é singular existem outros em que a solução óptima ideal de (1) é admissível. Consequentemente o conceito de conflito entre as funções objectivo de (4) não é absoluto. Para um valor de potência da carga, a frente de Pareto esclarece a situação de conflito, sendo também um suporte para escolher uma decisão racional face ao mercado de emissão e direitos de emissão. A frente de Pareto para a carga eléctrica cuja potência é de 600 [MW] é indicada na Fig.2.

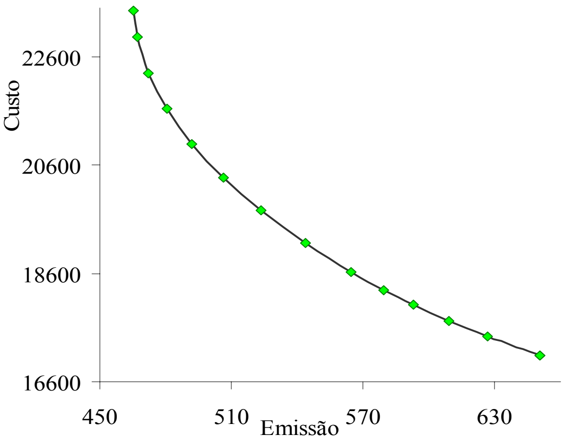

Fig .2. Frente de Pareto para D = 600 [MW]

A emissão por unidade de potência eléctrica varia entre o mínimo (para w = 1) de 0.776 [$10^3$kg/MWh] e o máximo (para w = 0) de 1.085 [$10^3$kg/MWh], respectivamente os custos são 39.07 [€/MWh] e 28.47 [€/MWh].

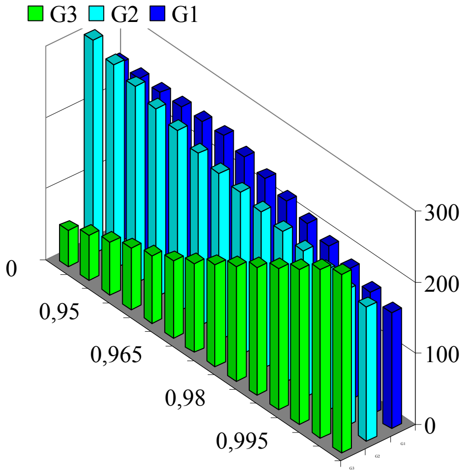

Fig .3. Potência dos grupos para D = 600 [MW] em função de w

Relativamente ao despacho económico tradicional, o de mínima emissão aumenta o custo de 10.60 [€/MWh] e diminui a emissão de 0.309 [$10^3$kg/MWh]. O custo da redução de emissão é de 34.35 [€/$10^3$kg]. Por fim, concluiu-se que a caracterização do mérito dos grupos, apresentada na Tabela II, só por si não contribuiu para um suporte racional à tomada da decisão face ao mercado de emissão e direitos de emissão, sendo necessárias abordagens mais apropriadas como a apresentada nesta comunicação.

## 5. Conclusões

A comunicação aborda o despacho económico-ambiental para a operação de grupos térmicos em sistemas de energia eléctrica, considerando o mercado de carbono. Nesta comunicação, este despacho é descrito como um problema de programação matemática biobjectivo, sendo as funções objectivo convexas e continuamente diferenciáveis. A identificação das soluções óptimas de Pareto é estudada recorrendo às condições de Karush-Kuhn-Tucker. Um caso de estudo é discutido, mostrando a utilidade da abordagem e mostrando que o facto dos objectivos serem conflituosos é um conceito relativo dependente da carga.

## Referências

[1] V.M.F. Mendes, L.A.F.M. Ferreira, P. Roldão e R. Pestana, "Optimal short-term scheduling in large hydrothermal power systems," in *Proc. PSCC'93*, Vol. 2, pp. 1297-1303.

[2] V.M.F. Mendes, S.J.P.S. Mariano, J.P.S. Catalão e L.A.F.M. Ferreira, "Emission constraints on short-term schedule of thermal units," in *Proc. UPEC 2004*, Vol. 3, pp. 1068-1072.

[3] J. Catalão, S. Mariano, V. Mendes e L. Ferreira, "Unit commitment with environmental considerations: a practical approach," in *Proc. PSCC'05*, Session 18, Paper 3, pp. 1-5.

[4] K.M. Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, Kluwer Academic, Norwell, MA (1999).