

MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO APLICADOS EM SISTEMAS DE ENERGIA HIDROELÉCTRICOS

J.P.S. Catalão*, S.J.P.S. Mariano*, V.M.F. Mendes** e L.A.F.M. Ferreira***

* Universidade da Beira Interior
Departamento de Engenharia Electromecânica
Rua Fonte do Lameiro
6201-001 Covilhã, Portugal
e-mail: catalao@dem.ubi.pt, sm@dem.ubi.pt

** Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Automação
Avenida Emídio Navarro
1950-062 Lisboa, Portugal
e-mail: vfmendes@deea.isel.ipl.pt

*** Instituto Superior Técnico
Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Avenida Rovisco Pais
1049-001 Lisboa, Portugal
e-mail: lmf@ist.utl.pt

Palavras-chave: Optimização Aplicada, Simulação Computacional, Energia Hidroeléctrica, Reservatórios em Cascata, Queda Variável.

Resumo. *Esta comunicação incide sobre o problema de planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos, considerando múltiplos reservatórios em cascata e o efeito que a variação da altura de queda tem na eficiência de operação. Este efeito não linear conjuntamente com a configuração hidráulica em cascata torna o problema complexo e de grande dimensão. Para a sua resolução é proposto um método de optimização baseado em programação não linear em rede, sendo comparado com o método, correntemente utilizado, baseado em programação linear em rede. Os resultados da simulação computacional mostram que a programação não linear em rede é o método de optimização mais apropriado.*

1. INTRODUÇÃO

A indústria dos sistemas de energia eléctrica sofreu nas últimas décadas transformações sem precedentes. Antes de 1973, progressos contínuos nos domínios da geração e da tecnologia para a transmissão e distribuição da energia eléctrica permitiram baixar os custos incidentes por unidade de energia eléctrica. Nessa época os custos com a produção eram relativamente diminutos, o que justificava ainda ter-se tolerado a manutenção de um elevado nível de fiabilidade suportado à custa da redundância nos equipamentos instalados e disponíveis para a produção em cada instante. A crise energética de 1973 e a sua repercussão sobre os custos dos equipamentos e sobre os custos das construções geraram preocupações e atitudes com aspectos económicos, até aí não considerados relevantes, que alteraram profundamente o cenário. Desde então, o preço da energia eléctrica cresceu, mas tornou-se simultaneamente cada vez mais difícil manter os níveis de fiabilidade recorrendo à estratégia utilizada anteriormente. Assim, tornou-se inviável operar nas condições de exploração anteriores, com níveis elevados de redundância de equipamentos, face à nova estrutura de custos dentro de uma perspectiva económica saudável. Também para fazer face à concorrência, as empresas têm hoje que encarar os seus investimentos com maior racionalidade, quer maximizando a utilização dos recursos de que dispõem, quer minimizando os projectos que não contribuem directamente para uma maior racionalidade económica na produção de energia eléctrica.

A energia eléctrica é um produto com características de produção particulares. Deve ser obtida na altura em que é requerida, nem antes nem depois, atendendo aos factores económicos envolvidos na sua armazenagem, desfavoráveis para se atingir uma estratégia económica óptima. Para que a energia eléctrica esteja sempre disponível, na altura em que é necessária pelas diversas necessidades da civilização humana, é fundamental que a operação do sistema de produção seja constantemente planeada [1].

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctricos, considerando a disponibilidade de água e as restrições físicas e operacionais existentes, tem como objectivo a maximização do valor da produção hidroeléctrica total ao longo do horizonte temporal considerado. O horizonte temporal enquadra-se no âmbito do curto prazo, isto é, está compreendido entre um dia até uma semana com intervalos de decisão de hora em hora, sendo que nestas condições podem considerar-se as grandezas como determinísticas [2].

O planeamento operacional assume cada vez maior importância para as empresas produtoras de energia eléctrica, pelo valor económico que pode acrescentar, podendo representar volumosas poupanças quando resolvido de forma óptima. Existe, assim, um grande interesse pelo desenvolvimento de melhores meios de contribuir tecnicamente para a convergência no sentido das decisões óptimas.

Métodos de optimização baseados em programação linear em rede [3] são tipicamente utilizados na resolução do problema pelo facto de uma cascata hídrica ter uma estrutura em rede. Estes métodos acomodam facilmente restrições complicadas, tais como, equações do balanço dos fluxos de água, limites mínimos e máximos dos volumes nos reservatórios e dos caudais turbinados nas centrais.

No que concerne à função objectivo, estes métodos foram desenhados para suportar funções objectivo lineares, mas podem facilmente acomodar funções convexas, lineares por troços, que representam as curvas características de caudal turbinado vs. potência gerada. Em adição, estes algoritmos proporcionam códigos extremamente eficientes e robustos, que são comercializados e se encontram à disposição dos utilizadores. Contudo, estes métodos têm uma inconveniência que resulta do facto de, em muitos aproveitamentos hidroeléctricos, a potência gerada ser função não só do caudal turbinado mas também da altura de queda. Este facto implica a utilização de programação não linear em rede [4, 5, 6].

2. FORMULAÇÃO

Para formular o problema matematicamente, considere a figura seguinte, Figura 1, que representa um aproveitamento hidroeléctrico hipotético em cascata com dois reservatórios e admita que existem centrais hidroeléctricas entre reservatórios consecutivos, considerando que o mar é o reservatório fim de cascata.

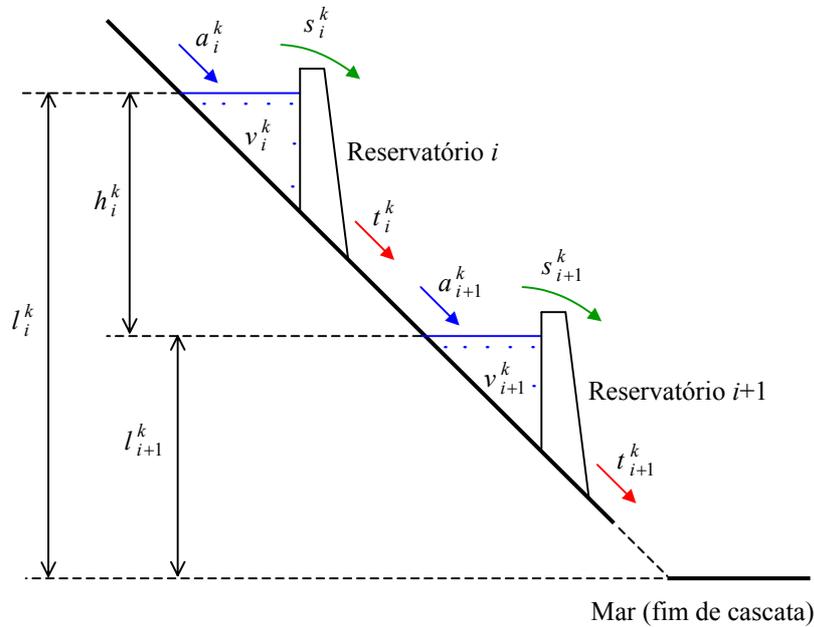


Figura 1. Ilustração de um sistema de reservatórios em cascata

A ilustração anterior apresenta a nomenclatura usada, neste estudo, para a formulação do problema:

I	Número total de centrais hidroeléctricas da cascata hídrica
K	Número total de horas do horizonte temporal considerado
l_i^k	Nível de água no reservatório i no período k
h_i^k	Altura de queda para a central i no período k , entre reservatórios consecutivos
v_i^k	Volume de água no reservatório i no fim do período k

v_i^0	Volume inicial de água no reservatório i
v_i^K	Volume final de água no reservatório i
$\underline{v}_i, \bar{v}_i$	Volume mínimo e máximo de água no reservatório i
t_i^k	Caudal de água turbinado na central i no período k
$\underline{t}_i, \bar{t}_i$	Caudal mínimo e máximo de água turbinado na central i
s_i^k	Caudal de água entornado ou descarregado pelo reservatório i no período k
a_i^k	Afluência natural ao reservatório i no período k
p_i^k	Produção de energia eléctrica da central i no período k
$\underline{p}_i, \bar{p}_i$	Potência mínima e máxima da central i
α_m	Número inteiro de estádios para a duração do trânsito do volume de água ligada à conversão de energia no reservatório m e que transitará para o reservatório i
β_m	Número inteiro de estádios para a duração do trânsito do volume de água descarregada que provém do reservatório m para o reservatório i
λ^k	Valor económico, custo unitário, no período k
A	Matriz de incidência nodal
z	Vector contendo as variáveis que correspondem aos fluxos dos arcos da rede
\underline{z}, \bar{z}	Vectores dos limites mínimos e máximos associados às variáveis que correspondem aos fluxos dos arcos da rede
b	Vector das injeções de fluxo nos nós da rede
f	Vector dos coeficientes para o termo linear da função objectivo
H	Matriz hessiana, associada ao termo quadrático da função objectivo
M_i	Conjunto de índices dos reservatórios imediatamente a montante do reservatório i

As equações que descrevem uma cascata de aproveitamentos hidroeléctricos são as equações provenientes do balanço dos fluxos de água em cada reservatório, que representam a conservação da água.

A equação da dinâmica dum reservatório, proveniente do balanço dos fluxos de água no reservatório, é do seguinte tipo:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (t_m^{k-\alpha_m} + s_m^{k-\beta_m}) - t_i^k - s_i^k \quad (1)$$

Nesta comunicação, considera-se que a duração dos trânsitos entre as unidades da cascata é inferior relativamente ao intervalo de tempo de um estádio ($\alpha_m = \beta_m = 0$), para além de que, nos casos apresentados, só existe um reservatório $i-1$ a montante dum reservatório i .

Assim, a equação (1) simplifica-se para:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + t_{i-1}^k + s_{i-1}^k - t_i^k - s_i^k \quad (2)$$

Assume-se, também, que não existe qualquer restrição dinâmica associada às unidades hídricas, como resultado da flexibilidade de operação das unidades hídricas.

Para ter excelência, o planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos deve ser determinado de forma óptima pelo valor económico da energia eléctrica em cada período, tendo como objectivo primário a maximização do valor da produção hidroeléctrica total, condicionado aos dados existentes (afluência aos reservatórios, valor da energia, volumes inicial e final dos reservatórios), observando todas as restrições do problema e determinando o perfil de exploração que permite atingir esse objectivo.

O valor óptimo da função objectivo é determinado pela maximização da soma dos lucros obtidos com a exploração de cada central hidroeléctrica i em cada período k . Assim, o planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos é formulado pelo seguinte problema de programação matemática:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda^k p_i^k (t_i^k, h_i^k) \quad (3)$$

$$\text{sujeito a: } v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + t_{i-1}^k + s_{i-1}^k - t_i^k - s_i^k$$

$$\underline{v}_i \leq v_i^k \leq \bar{v}_i \quad (4)$$

$$\underline{t}_i \leq t_i^k \leq \bar{t}_i \quad (5)$$

$$\underline{p}_i \leq p_i^k \leq \bar{p}_i \quad (6)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (7)$$

Os volumes iniciais de água nos reservatórios, v_i^0 , assim como as aflúncias aos reservatórios, a_i^k , são valores conhecidos. Os volumes finais de água nos reservatórios, v_i^K , são valores escolhidos, atendendo à utilização futura de água, após o horizonte temporal considerado, que cada reservatório terá.

3. MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO

3.1. Programação linear em rede

A programação linear é um procedimento de optimização que minimiza uma função objectivo linear, com variáveis que estão também sujeitas a restrições lineares. Comportamentos não lineares, quer na função objectivo quer nas restrições, devem ser aproximados por funções lineares para que se possa usar este método de optimização, cujas vantagens são bem conhecidas. A programação linear caracteriza-se pelo facto de sempre encontrar solução para o problema ao qual é aplicada, desde que o problema seja bem formulado, para além de que, tipicamente, exhibe uma rápida convergência. Estes algoritmos proporcionam códigos extremamente robustos e eficientes, que são comercializados e se encontram à disposição dos utilizadores. Neste trabalho utiliza-se o código de programação linear existente na aplicação informática MATLAB, nomeadamente a função *linprog*.

Os métodos de programação linear em rede têm sido amplamente utilizados para a resolução do problema de planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos. O facto de uma cascata ter uma estrutura em rede, faz com que seja natural a utilização destes métodos.

A interdependência entre os volumes contidos nos reservatórios como resultado da configuração hidráulica em cascata, tendo em conta o facto dos estados de água estarem ligados tanto no espaço como no tempo, atendendo ao balanço dos fluxos de água (lei dos nós) que se deve verificar em cada hora e em cada reservatório, implica a utilização de restrições sobre uma estrutura funcional baseada numa rede linear de fluxos (com nós e ramos). Os nós da rede são ligados por arcos ou ramos diferentes, tanto no espaço como no tempo, que representam a passagem do volume de água num reservatório de uma hora para a outra, a turbinagem de água nessa central e o possível descarregamento por esse reservatório.

Na Figura 2 está representada a rede linear de fluxos correspondente ao aproveitamento hidroeléctrico em cascata dado na Figura 1 (com dois reservatórios, R1 e R2). Considerou-se, para fins de ilustração, só os três primeiros períodos do horizonte temporal.

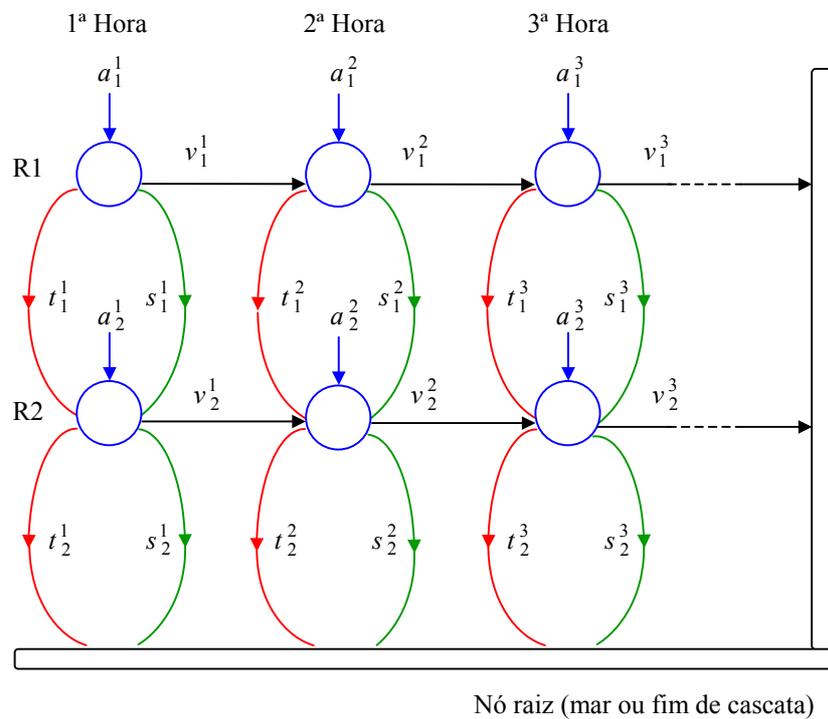


Figura 2. Ilustração de uma rede de fluxos para simulação da cascata

A programação linear em rede, aplicada na resolução do problema, pode ser formulada genericamente por:

$$\text{Max } f^T z \quad (8)$$

$$\text{sujeito a: } A \cdot z = b \quad (9)$$

$$\underline{z} \leq z \leq \bar{z} \quad (10)$$

A potência gerada por uma central hídrica é geralmente uma função do caudal de água turbinado e da altura de queda.

Contudo, se admitirmos uma altura de queda constante e desprezarmos a possível existência de zonas proibidas, isto é, valores de potência para os quais não se pode manter a turbina em funcionamento, a potência gerada por uma central hídrica pode escrever-se só em função do caudal de água turbinado. A função objectivo escolhida é, então, uma medida do caudal de água turbinado (o caudal de água turbinado representa o benefício de operação). A expressão (3) passa a escrever-se como se segue:

$$Max \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda^k t_i^k \quad (11)$$

A estratégia a adoptar é a de escolher a hora e a quantidade de água a turbinar para maximizar o valor da produção hidroeléctrica total.

Para a rede de fluxos anterior com dois reservatórios, Figura 2, e considerando só os três primeiros períodos do horizonte temporal, as restrições de igualdade são dadas por:

$$\begin{cases} v_1^1 = v_1^0 + a_1^1 - t_1^1 - s_1^1 \\ v_2^1 = v_2^0 + a_2^1 + t_1^1 + s_1^1 - t_2^1 - s_2^1 \\ v_1^2 = v_1^1 + a_1^2 - t_1^2 - s_1^2 \\ v_2^2 = v_2^1 + a_2^2 + t_1^2 + s_1^2 - t_2^2 - s_2^2 \\ v_1^3 = v_1^2 + a_1^3 - t_1^3 - s_1^3 \\ v_2^3 = v_2^2 + a_2^3 + t_1^3 + s_1^3 - t_2^3 - s_2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z(1) + z(7) + z(13) = a_1^1 + v_1^0 \\ z(2) - z(7) + z(8) - z(13) + z(14) = a_2^1 + v_2^0 \\ -z(1) + z(3) + z(9) + z(15) = a_1^2 \\ -z(2) + z(4) - z(9) + z(10) - z(15) + z(16) = a_2^2 \\ -z(3) + z(5) + z(11) + z(17) = a_1^3 \\ -z(4) + z(6) - z(11) + z(12) - z(17) + z(18) = a_2^3 \end{cases}$$

$$A \cdot z = b$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} z(1) \\ \vdots \\ z(18) \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} a_1^1 + v_1^0 \\ a_2^1 + v_2^0 \\ a_1^2 \\ a_2^2 \\ a_1^3 \\ a_2^3 \end{bmatrix}$$

Os coeficientes da função objectivo são dados por:

$$f = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \lambda^1 \ \lambda^1 \ \lambda^2 \ \lambda^2 \ \lambda^3 \ \lambda^3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

3.2. Programação não linear em rede

Os métodos de resolução do problema baseados na programação linear em rede, requerem que modelos lineares sejam utilizados, isto é, ignorando não linearidades, ou então que a função objectivo e as restrições sejam linearizadas segundo um ponto de operação nominal, ou ainda que as não linearidades sejam modeladas usando aproximações mais ou menos lineares.

Existem várias características associadas ao problema que, para além de ser de grande dimensão e complexidade, o tornam não linear, tais como:

- as curvas de operação de recursos hídricos são, tipicamente, não convexas, não lineares e não contínuas;
- para recursos hídricos com vários grupos geradores é frequente a existência de zonas proibidas, isto é, valores de potência para os quais não se pode manter a turbina em funcionamento;
- em muitos aproveitamentos hidroeléctricos, a potência gerada é função não só do caudal turbinado mas também da altura de queda, tornando-se a eficiência de operação sensível à altura de queda — efeito de queda.

Para a resolução do problema é, então, utilizado um sistema de informação baseado num modelo matemático determinístico não linear em rede, para simulação computacional de aproveitamentos hidroeléctricos com altura de queda variável. Na optimização não linear é usada a aplicação informática MATLAB, nomeadamente a função *quadprog*.

A programação não linear em rede, nomeadamente a programação quadrática, aplicada na resolução do problema, pode ser formulada genericamente por:

$$\begin{aligned} & \text{Max } 1/2 z^T H z + f^T z & (12) \\ \text{sujeito a: } & A \cdot z = b \\ & \underline{z} \leq z \leq \bar{z} \end{aligned}$$

Cada central hídrica é caracterizada por uma relação entre três variáveis: potência gerada, caudal de água turbinado, e altura de queda. Se nessa relação uma das variáveis for mantida constante, a altura de queda, cada central é caracterizada por um conjunto de curvas caudal turbinado vs. potência, como se observa na Figura 3. O número de curvas é tanto maior quanto maior forem os níveis de discretização considerados para a altura de queda.

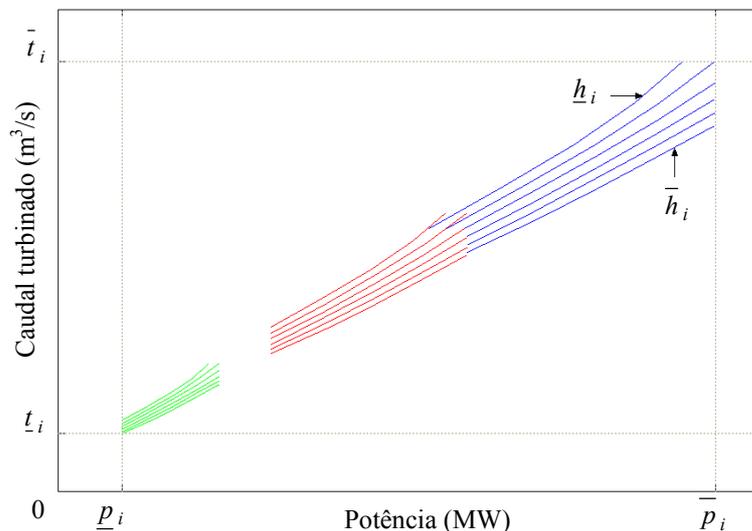


Figura 3. Ilustração das curvas caudal turbinado vs. potência

A produção de energia eléctrica depende do caudal de água turbinado e da altura de queda. A altura de queda é variável e depende dos níveis de água a montante e a jusante da central. Consequentemente, a altura de queda é uma função do volume de água no reservatório. Deste modo, a produção de energia eléctrica é uma função não linear do caudal de água turbinado e do volume de água no reservatório, e considerando apenas um reservatório é dada por:

$$p_1^k = \mu t_1^k v_1^k + \sigma t_1^k, \quad \text{com } \mu, \sigma \in \mathfrak{R} \quad (13)$$

Os termos quadrático (vector z e matriz H) e linear da função objectivo são seguidamente indicados, considerando um reservatório e só os três primeiros períodos do horizonte temporal:

$$z = \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \\ t^1 \\ t^2 \\ t^3 \\ s^1 \\ s^2 \\ s^3 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \lambda^1 \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^2 \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^3 \mu & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^1 \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^3 \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \lambda^1 \sigma \\ \lambda^2 \sigma \\ \lambda^3 \sigma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

A simulação computacional é baseada num caso de teste realístico que consiste num aproveitamento hidroeléctrico em cascata com três reservatórios — R1 no início da cascata, R2 a jusante do anterior e R3 no fim da cascata. Considera-se que apenas R1 tem afluência natural. Para a simulação computacional foi escolhido um horizonte temporal com 72 horas.

Os custos unitários em cada período do horizonte temporal são dados na Figura 4.

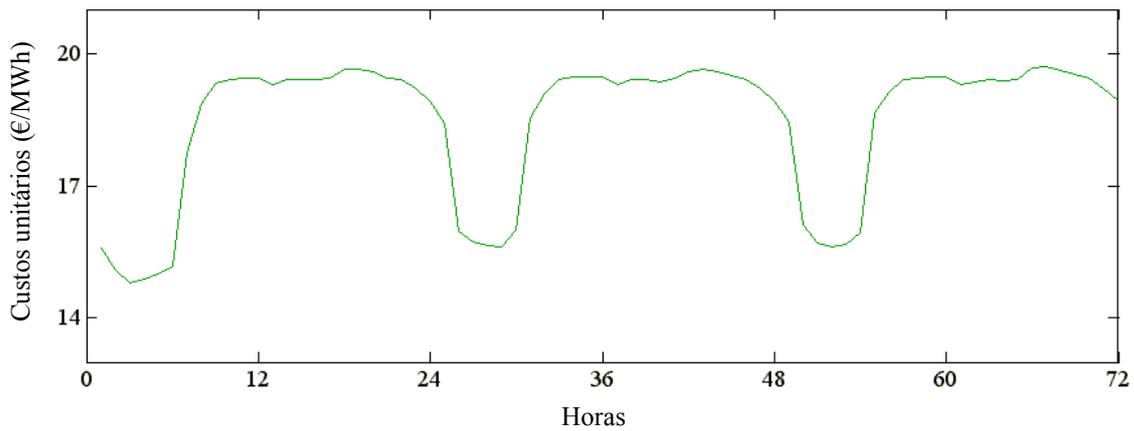


Figura 4. Ilustração dos custos unitários em cada período do horizonte temporal

4.1. Resolução com programação linear em rede

A seguir (Figura 5 e Figura 6) apresentam-se os resultados obtidos por simulação computacional, num PC com 256 Mb de memória e processador Intel Pentium III a 750 MHz, para o caudal de água turbinado e para o volume de água, em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal.

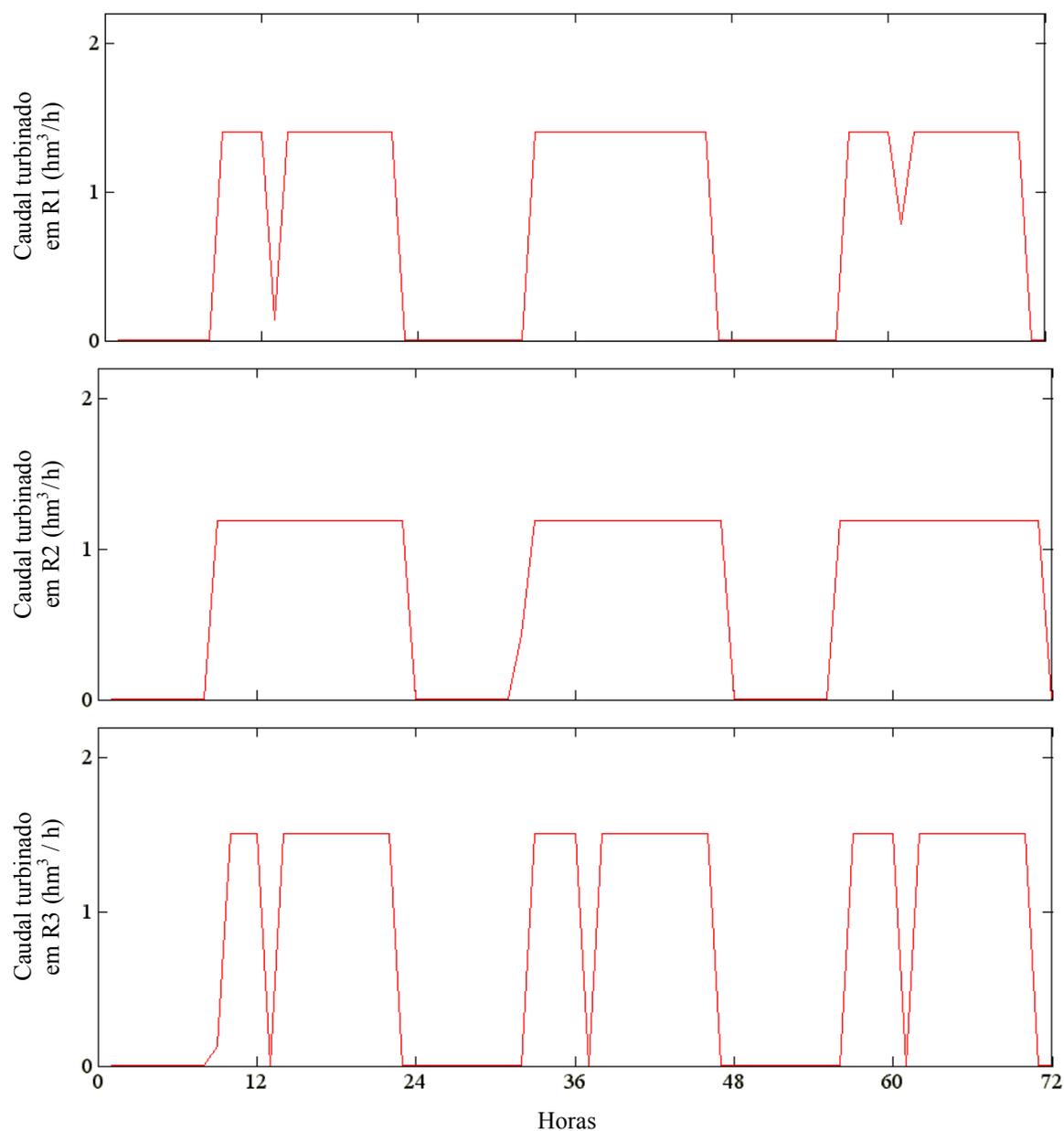


Figura 5. Ilustração dos resultados da programação linear em rede — caudal turbinado em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal

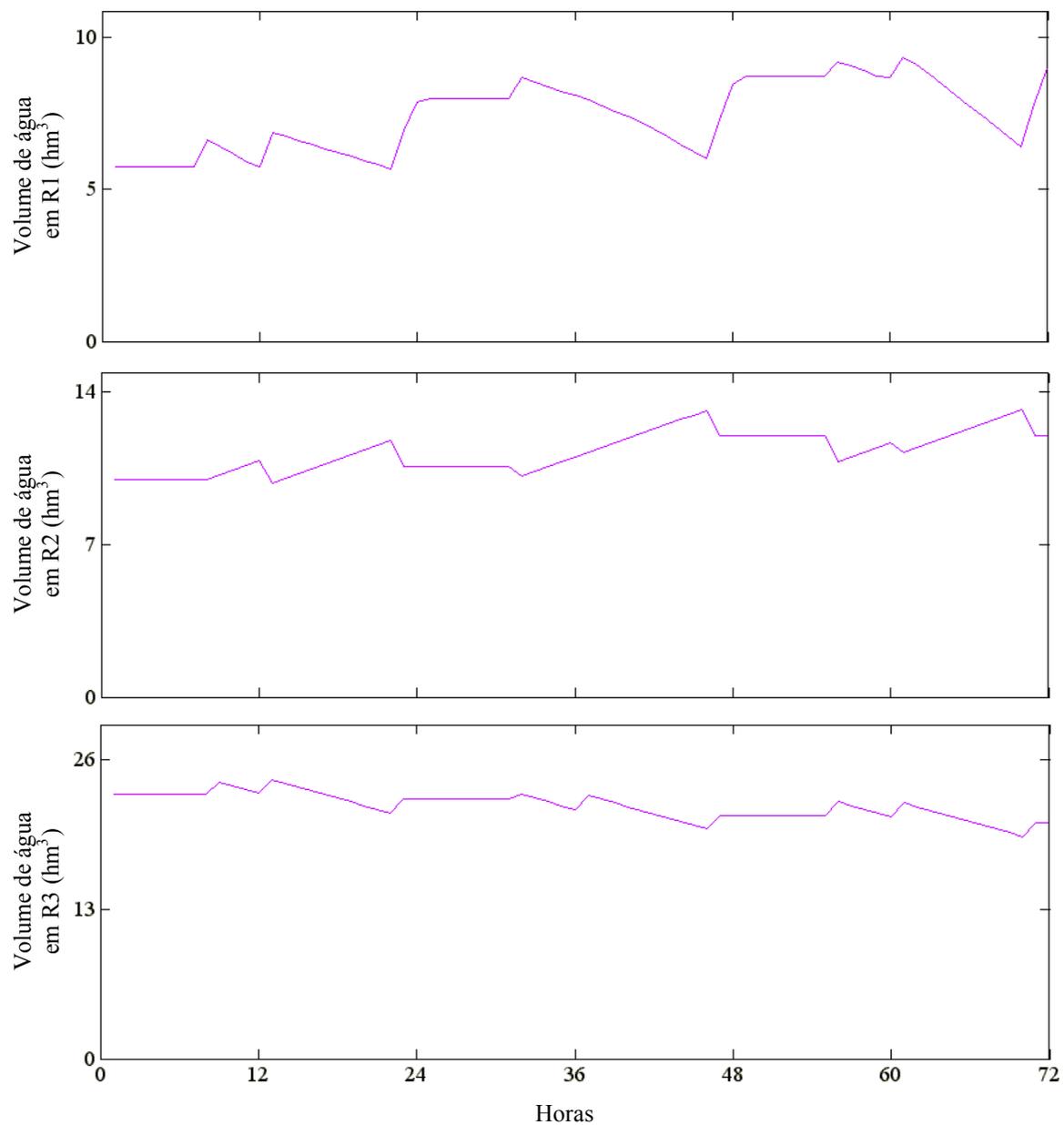


Figura 6. Ilustração dos resultados da programação linear em rede — volume de água em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal

4.2. Resolução com programação não linear em rede

A seguir (Figura 7 e Figura 8) apresentam-se os resultados obtidos por simulação computacional, num PC com 256 Mb de memória e processador Intel Pentium III a 750 MHz, para o caudal de água turbinado e para o volume de água, em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal.

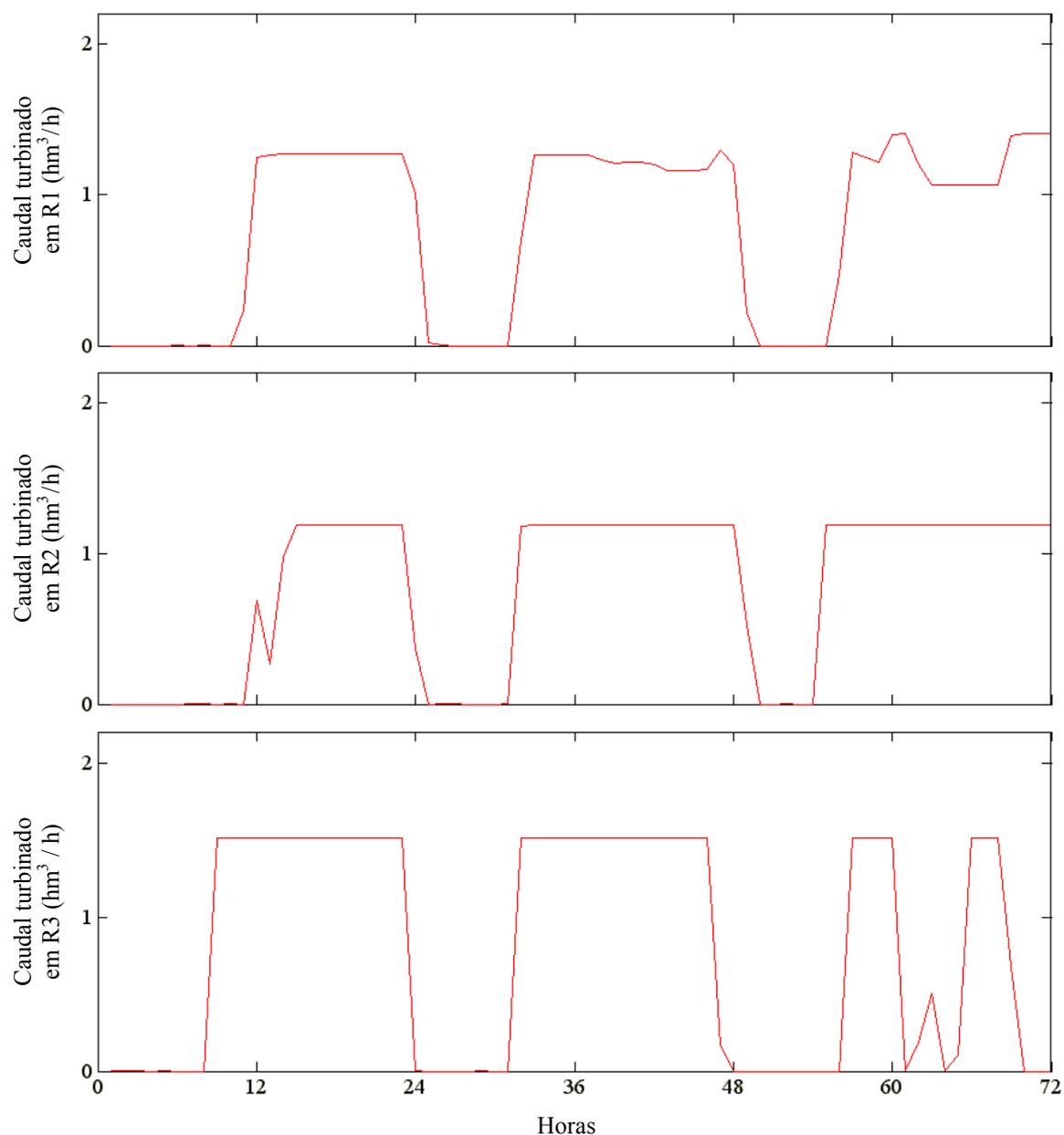


Figura 7. Ilustração dos resultados da programação não linear em rede — caudal turbinado em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal

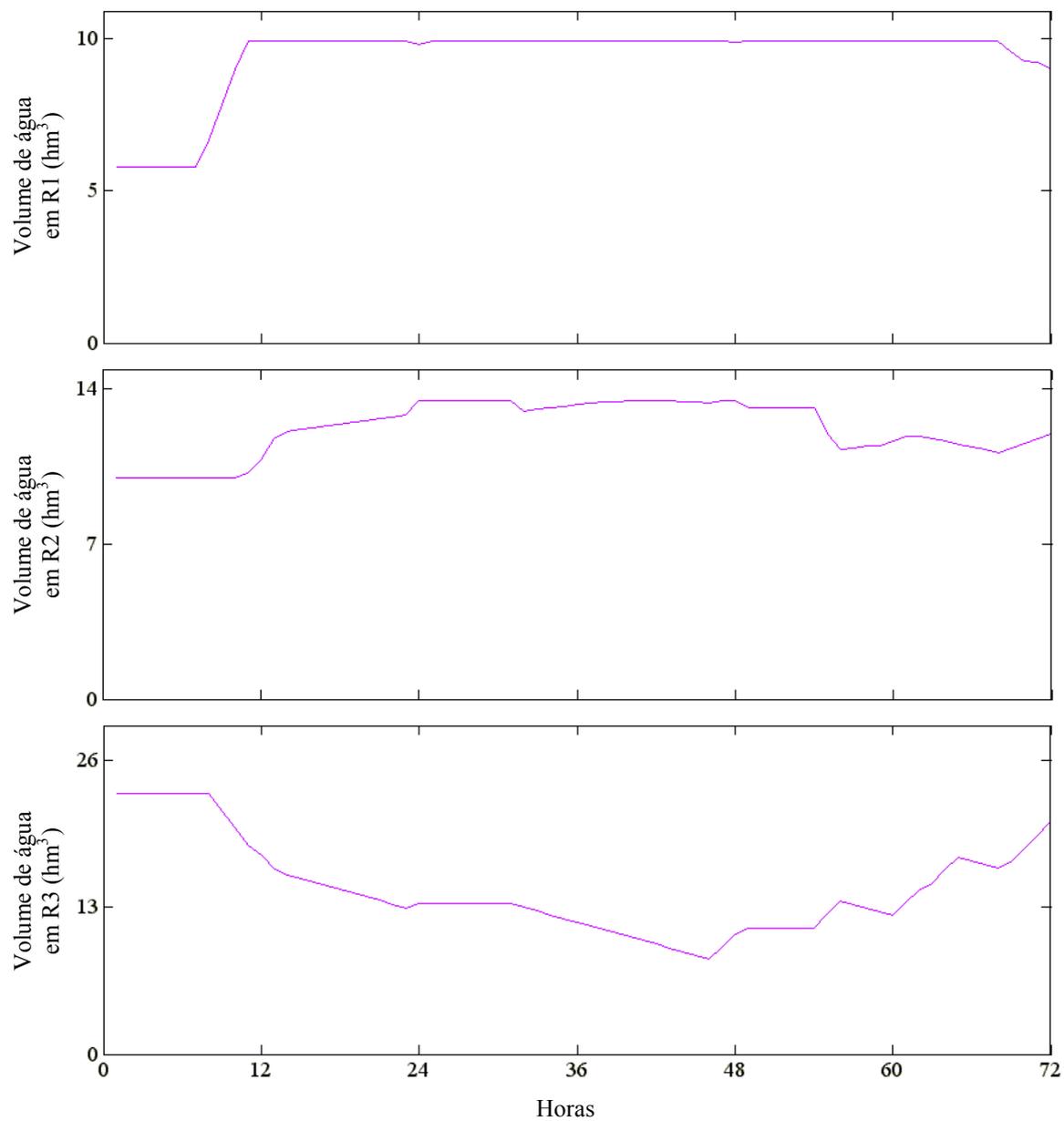


Figura 8. Ilustração dos resultados da programação não linear em rede — volume de água em cada um dos reservatórios, ao longo do horizonte temporal

A seguir realiza-se uma análise comparativa dos resultados obtidos, com a aplicação de cada um dos métodos de optimização na resolução do problema com três reservatórios em cascata, conforme se pode observar na Tabela 1.

Reservatório	Métodos de optimização	Caudal turbinado médio (hm ³ /h)	Volume médio (hm ³)	Energia produzida média (MWh)	Benefício ou lucro total (€ × 10 ³)
R1	PLR	0.79	7.43	100.72	469.27
R2		0.77	11.25	124.42	
R3		0.80	21.98	127.93	
R1	PNLR	0.79	9.37	103.84	475.48
R2		0.77	12.22	130.06	
R3		0.80	14.65	123.84	

Tabela 1. Resultados obtidos com a aplicação de cada um dos métodos de optimização.

Dos resultados obtidos por simulação computacional conclui-se que:

- a programação linear em rede, nomeadamente a função *linprog* na aplicação informática MATLAB, apresenta uma rapidez de convergência superior à da programação não linear em rede; verifica-se que o caudal turbinado atinge o máximo durante as horas em que o benefício de produção de energia é mais elevado; contudo, ao não considerar o efeito de queda, permite variações bruscas de volume e, deste modo, de altura de queda, não operando no ponto de operação óptimo de eficiência máxima, correspondente à maximização do volume;
- a programação não linear em rede, nomeadamente a função *quadprog* na aplicação informática MATLAB, permite a obtenção de um benefício superior ao verificado com a programação linear em rede; neste caso, procura-se beneficiar a altura de queda nos reservatórios no início da cascata em detrimento do último reservatório da cascata, em virtude da maximização do valor da produção hidroeléctrica total; contudo, o tempo de computação é superior ao anteriormente verificado, uma vez que a função *quadprog* utiliza um algoritmo de média escala dada a existência simultânea de restrições de igualdade e limites nas variáveis, contrariamente à função *linprog* que utiliza um algoritmo de grande escala.

5. CONCLUSÃO

Nesta comunicação é proposto um método de optimização baseado em programação não linear em rede para o problema de planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos, que considera altura de queda variável, e compara-se com o método, correntemente utilizado, baseado em programação linear em rede, que considera altura de queda constante. Os resultados da simulação computacional mostram que o método proposto apresenta um benefício global superior para a empresa produtora de energia eléctrica.

REFERÊNCIAS

- [1] J.P.S. Catalão, *Planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos*, Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Lisboa, Instituto Superior Técnico, Portugal (2003).
- [2] J.P.S. Catalão, S.J.P.S. Mariano, V.M.F. Mendes e L.A.F.M. Ferreira, Planeamento operacional de curto prazo para uma central hidroeléctrica”, *Actas da Conferência ENGENHARIA'2003 - Inovação e Desenvolvimento*, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal, 553-558 (2003).
- [3] L.A.F.M. Ferreira, T. Andersson, C.F. Imparato, T.E. Miller, C.K. Pang, A. Svoboda e A.F. Vojdani, Short-term resource scheduling in multi-area hydro-thermal power systems, *Electric Power and Energy Systems*, **11(3)**, 200-212 (1989).
- [4] J.P.S. Catalão, S.J.P.S. Mariano, V.M.F. Mendes e L.A.F.M. Ferreira, Short-term hydro scheduling: A comparison of linear with non-linear network mathematical programming, *Proc. 3rd IASTED International Conference on Power and Energy Systems*, Marbella, Spain, 441-445 (2003).
- [5] V.M.F. Mendes, L.A.F.M. Ferreira e S.J.P.S. Mariano, Short-term hydro schedule with head-dependent approach by a nonlinear model, *Actas do 8º Congresso Luso-Espanhol de Engenharia Electrotécnica - 8 CLEEE*, Vilamoura, Algarve, Portugal, 69-74 (2003).
- [6] E. Ni, X. Guan e R. Li., Scheduling hydrothermal power systems with cascaded and head-dependent reservoirs, *IEEE Transactions on Power Systems*, **14(3)**, 1127-1132 (1999).