

PROGRAMAÇÃO LINEAR VERSUS NÃO LINEAR NA OPTIMIZAÇÃO DA EXPLORAÇÃO DE RECURSOS HÍDRICOS

J.P.S. Catalão, H.M.I. Pousinho

*Universidade da Beira Interior (UBI),
Departamento de Engenharia Electromecânica (DEM), Covilhã, Portugal,
catalao@ubi.pt*

V.M.F. Mendes

*Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL),
Departamento de Engenharia Electrotécnica e Automação (DEEA), Lisboa, Portugal,
vmendes@isel.pt*

Palavras-chave: Programação linear, programação não linear, optimização, simulação computacional.

Resumo: O aproveitamento optimizado dos recursos energéticos para produção de energia eléctrica é estrategicamente necessário ao desenvolvimento e ao progresso económico. Nesta comunicação serão apresentados os métodos de optimização aplicados para o suporte de decisões do problema de planeamento operacional de curto prazo de sistemas de energia hidroeléctricos. Para a resolução do problema, este estudo assenta em métodos de optimização baseados em programação linear ou em programação não linear, considerando que a função objectivo deste problema não depende apenas do caudal turbinado mas também do efeito de queda.

1 INTRODUÇÃO

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctricos, considerando a disponibilidade de água e as restrições físicas e operacionais existentes, tem como objectivo a maximização do valor da produção hidroeléctrica total ao longo do horizonte temporal considerado. O horizonte temporal considerado neste estudo enquadra-se no âmbito do curto prazo, isto é, está compreendido entre um dia até uma semana com intervalos de decisão de uma hora, sendo que nestas condições podem considerar-se as grandezas como determinísticas.

A programação dinâmica foi um dos primeiros métodos utilizados para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos [1]. A utilização da programação dinâmica para a resolução do problema permite obter a solução óptima. Contudo, a “maldição da dimensionalidade”, inerente à programação dinâmica, implica que a sua utilização só seja possível para problemas de dimensão reduzida.

A programação linear [2] foi proposta como alternativa à programação dinâmica, despertando interesse nos investigadores pelo facto de uma cascata hídrica ter uma estrutura que pode ser matematicamente modelada por uma rede de fluxos, o que torna esta alternativa apropriada ao problema de optimização da exploração de recursos hídricos. A programação linear acomoda facilmente restrições complicadas, tais como, equações do balanço de fluxos de água, limites mínimos e máximos dos volumes nos reservatórios e dos caudais turbinados nas centrais. Contudo, tem uma inconveniência que resulta do facto de, em muitos aproveitamentos hidroeléctricos, a potência gerada ser função não só do caudal turbinado mas também da altura de queda.

A evolução tecnológica no final da década de noventa, ao nível da capacidade de cálculo dos computadores e do desempenho das aplicações computacionais para optimização, motivou a utilização de métodos baseados em programação não linear para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos [3,4].

As metodologias de optimização não linear permitem uma representação mais aproximada da realidade, comparativamente à programação linear em rede, apresentando hoje em dia tempos de computação aceitáveis [5].

Nesta comunicação é apresentado o problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Uma metodologia de optimização não linear é apresentada para a resolução do problema tendo em consideração o efeito de queda. Apresentam-se resultados numéricos obtidos para um caso de estudo e conclui-se sobre o desempenho da metodologia apresentada.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A reestruturação do sector eléctrico acarreta a necessidade da existência de maiores exigências de racionalidade e responsabilidade por parte das empresas de produção de energia eléctrica.

A exploração óptima dos recursos energéticos disponíveis representa uma vantagem para as empresas produtoras de energia eléctrica num mercado eléctrico competitivo.

O problema de optimização da exploração de recursos hídricos corresponde nesta comunicação a um problema de optimização não linear. A função objectivo a ser maximizada é dada por:

$$F = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda^k p_i^k \quad (1)$$

A função objectivo em (1) representa o lucro obtido com a venda da energia convertida para a forma eléctrica durante o horizonte temporal, em que λ^k é o valor previsto para o preço da energia eléctrica na hora k , e p_i^k é a potência entregue pela central i na hora k .

O valor óptimo da função objectivo é determinado sujeito a dois tipos de restrições: restrições de igualdade e restrições de desigualdade ou limites variáveis.

As seguintes restrições descrevem as limitações de exploração associadas a cada aproveitamento hidroeléctrico durante o horizonte temporal considerado.

$$v_i^k = v_{i-1}^k + a_i^k + q_{i-1}^k + s_{i-1}^k - q_i^k - s_i^k \quad (2)$$

$$p_i^k = q_i^k \eta_i^k (h_i^k) \quad (3)$$

$$h_i^k = l_i^k (v_i^k) - l_{i+1}^k (v_{i+1}^k) \quad (4)$$

$$v_i^{\min} \leq v_i^k \leq v_i^{\max} \quad (5)$$

$$q_i^{\min} \leq q_i^k \leq q_i^{\max} (h_i^k) \quad (6)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (7)$$

A equação (2) corresponde ao balanço da água em cada reservatório, em que v_i^k é o volume de água no reservatório i no final da hora k , a_i^k é a afluência ao reservatório i na hora k , q_i^k é o caudal da água turbinado proveniente do reservatório i na hora k e s_i^k é o caudal da água descarregada pelo reservatório i na hora k .

Na equação (3) a potência entregue é considerada uma função do caudal de água turbinado e da eficiência da exploração, η_i^k , expressa como o quociente entre a potencia entregue e o caudal de água turbinado, que por sua vez depende da altura de queda entre reservatórios, h_i^k .

Na equação (4) a altura de queda é considerada uma função dos níveis de água nos reservatórios a montante, l_i^k , e a jusante, l_{i+1}^k , que por sua vez dependem dos volumes de água nos reservatórios respectivos.

Na equação (5) impõem-se mínimo, v_i^{\min} , e máximo, v_i^{\max} , para o volume de água em cada reservatório i .

Na equação (6) impõem-se também limites, mínimo e máximo, para o caudal de água turbinado. O caudal mínimo de água turbinado, q_i^{\min} , é considerado nulo, podendo no entanto ser imposto por razões de navegabilidade, recreativas ou ambientais. O caudal máximo de água turbinado, q_i^{\max} , é considerado dependente da queda.

Na equação (7) considera-se que a descarga de água pelos reservatórios apenas ocorre quando o volume de água possa exceder o seu limite máximo, sendo assim a descarga apenas necessária por razões de segurança.

Os volumes iniciais de água nos reservatórios, v_i^0 , assim como as afluências aos reservatórios são considerados valores conhecidos. Assumem-se também que não existem quaisquer restrições dinâmicas associadas aos aproveitamentos hidroeléctricos, como resultado da sua flexibilidade de operação.

Os volumes finais de água nos reservatórios, v_i^K , são restringidos de modo a serem iguais aos volumes iniciais de água nos reservatórios respectivos.

3 PROBLEMA DE OPTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

Para resolver o problema da otimização da energia hidroeléctrica a curto prazo, é fundamental modelar o problema de modo a que este possa ser inserido numa metodologia matemática previamente definida.

Cada central hídrica é caracterizada por uma relação de três variáveis: potência entregue p_i^k , caudal de água turbinado q_i^k , e altura de queda h_i^k . Assumindo que a altura de queda é constante, cada central pode ser caracterizada por um conjunto de curvas características de potência entregue versus caudal de água turbinado, como é apresentado na Figura 1.

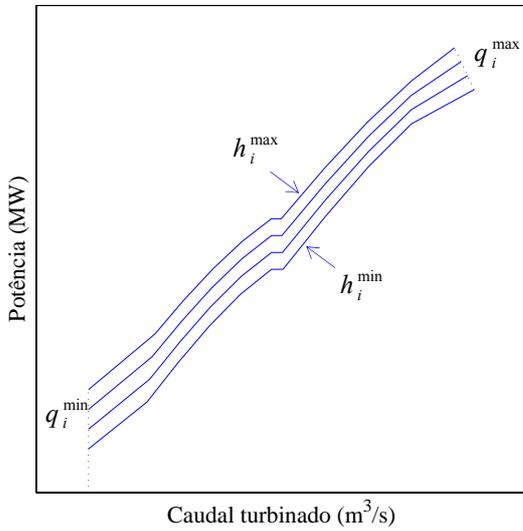


Figura 1: Conjunto de curvas características para uma central hídrica.

O problema da otimização da exploração de aproveitamentos hidroeléctricos pode ser formulado pelo seguinte problema de otimização não linear:

$$\text{Max } F(\mathbf{x}) \quad (8)$$

sujeito a:

$$\mathbf{b}^{\min} \leq \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}^{\max} \quad (9)$$

$$\mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \quad (10)$$

em que \mathbf{x} é o vector contendo as variáveis correspondentes aos fluxos dos arcos da rede, variáveis de fluxo, consistindo nos volumes de água, nos caudais de água turbinados e nos caudais de água descarregados, em cada reservatório, $F(\cdot)$ é uma função não linear do vector das variáveis de

fluxo, \mathbf{A} é a matriz de incidência nodal, \mathbf{b}^{\min} e \mathbf{b}^{\max} são os vectores dos limites, mínimos e máximos, associados às variáveis de fluxo.

A equação (8) corresponde à maximização de uma função não linear, identificável como uma função de lucro.

A equação (9) é uma versão mais compacta de (2), com $\mathbf{b}^{\min} = \mathbf{b}^{\max}$, correspondendo ao balanço da água em cada reservatório.

A equação (10) corresponde a (5), (6) e (7), isto é, corresponde aos limites mínimo e máximo para os volumes de água, para os caudais de água turbinados, e para os caudais de água descarregados, em cada reservatório.

Na equação (3) a eficiência de exploração depende da altura de queda entre os reservatórios a montante e a jusante da central. Assumindo uma aproximação por uma função linear, esta dependência é dada por:

$$\eta_i^k = \eta_i^0 + \alpha_i h_i^k \quad (11)$$

em que os parâmetros η_i^0 e α_i são a ordenada na origem e o declive, respectivamente, dados por:

$$\eta_i^0 = \eta_i^{\max} - \alpha_i h_i^{\max} \quad (12)$$

$$\alpha_i = (\eta_i^{\max} - \eta_i^{\min}) / (h_i^{\max} - h_i^{\min}) \quad (13)$$

Na equação (13) o parâmetro α_i para cada reservatório i depende dos valores mínimos e máximos para a eficiência de exploração e para a altura de queda, em que η_i^{\min} é a eficiência mínima de exploração, η_i^{\max} é a eficiência máxima de exploração, h_i^{\min} é a altura mínima de queda, e h_i^{\max} é a altura máxima de queda.

Na equação (4) o nível de água depende do volume de água no reservatório respectivo. Esta dependência é dada por:

$$l_i^k = l_i^0 + \beta_i v_i^k \quad (14)$$

em que os parâmetros l_i^0 e β_i são a ordenada na origem e o declive, respectivamente, dados por:

$$l_i^0 = l_i^{\max} - \beta_i v_i^{\max} \quad (15)$$

$$\beta_i = (l_i^{\max} - l_i^{\min}) / (v_i^{\max} - v_i^{\min}) \quad (16)$$

Na equação (16) o parâmetro β_i para cada reservatório i depende dos valores mínimos e máximos para o nível de água e para o volume de

água, em que l_i^{min} é o nível mínimo de água, l_i^{max} é o nível máximo de água, v_i^{min} é o volume mínimo de água, e l_i^{max} é o volume máximo de água.

Substituído (11) em (3) tem-se que:

$$p_i^k = q_i^k (\eta_i^0 + \alpha_i h_i^k) \quad (17)$$

Ainda, substituído (4) e (14) em (17), a potência entregue é uma função não linear do caudal de água turbinado e do volume de água, dada por:

$$p_i^k = \eta_i^0 q_i^k + \alpha_i l_{f(i)}^0 q_i^k - \alpha_i l_{t(i)}^0 q_i^k + \alpha_i \beta_{f(i)} q_i^k v_{f(i)}^k - \alpha_i \beta_{t(i)} q_i^k v_{t(i)}^k \quad (18)$$

No nosso modelo, o caudal máximo turbinado é considerado dependente da altura de queda, esta dependência é dada por:

$$q_i^{k, max} = q_i^0 - \delta_i h_i^k \quad (19)$$

em que os parâmetros q_i^0 e δ_i são, respectivamente, dados por:

$$q_i^0 = q_i^{h, min} + \delta_i h_i^{min} \quad (20)$$

$$\delta_i = (q_i^{h, min} - q_i^{h, max}) / (h_i^{max} - h_i^{min}) \quad (21)$$

Na equação (21) o parâmetro δ_i para cada reservatório i depende dos valores mínimos e máximos para a altura de queda e para o respectivo caudal máximo de água turbinado, em que $q_i^{h, max}$ é o caudal máximo de água turbinado para h_i^{max} , e $q_i^{h, min}$ é o caudal máximo de água turbinado para h_i^{min} .

Substituindo (4) e (14) em (19) tem-se que:

$$q_i^{k, max} = q_i^0 - \delta_i l_{f(i)}^0 + \delta_i l_{t(i)}^0 - \delta_i \beta_{f(i)} v_{f(i)}^k + \delta_i \beta_{t(i)} v_{t(i)}^k \quad (22)$$

4 CASO DE ESTUDO

A metodologia de otimização não linear foi aplicada a um caso de estudo real baseado no Douro Internacional, com três reservatórios em cascata, sendo comparada a uma metodologia de otimização linear. A interligação entre reservatórios é apresentada na Figura 2.

No aproveitamento do Douro Internacional considera-se que apenas o primeiro reservatório recebe afluência, proveniente de Espanha, sendo que os segundo e terceiro reservatórios recebem apenas a água proveniente do reservatório a montante.

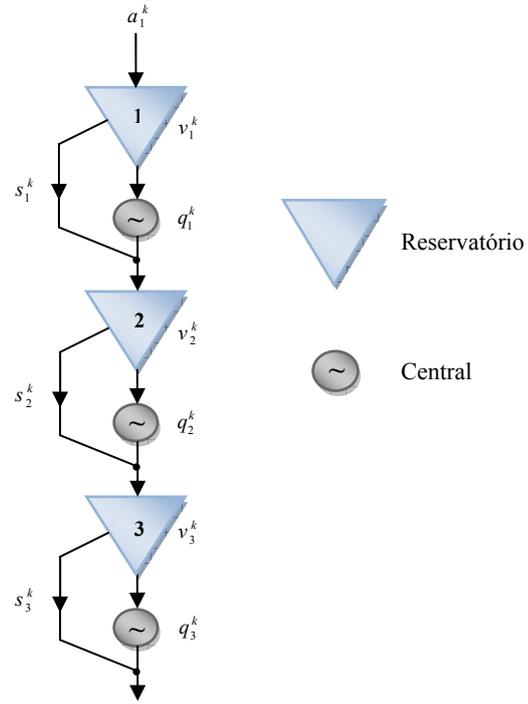


Figura 2: Sistema hidroelétrico com três reservatórios em cascata.

As metodologias de otimização foram implementadas num computador com processador a 600-MHz e 256 MB de RAM, usando a aplicação informática MATLAB e o solver Xpress-MP.

O perfil dos preços da energia eléctrica é apresentado na Figura 3, sendo \$ uma quantidade simbólica.

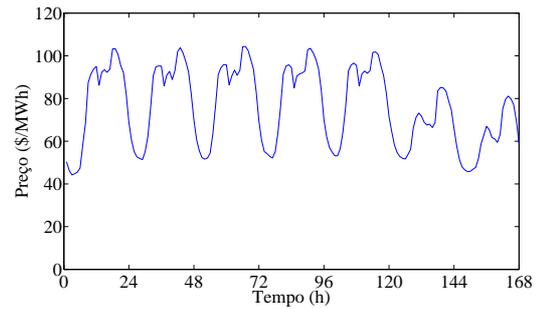


Figura 3: Perfil de preços considerado.

Na Figura 4 são apresentadas as trajetórias para o volume de água nos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de otimização não linear e os resultados obtidos com a metodologia de otimização linear.

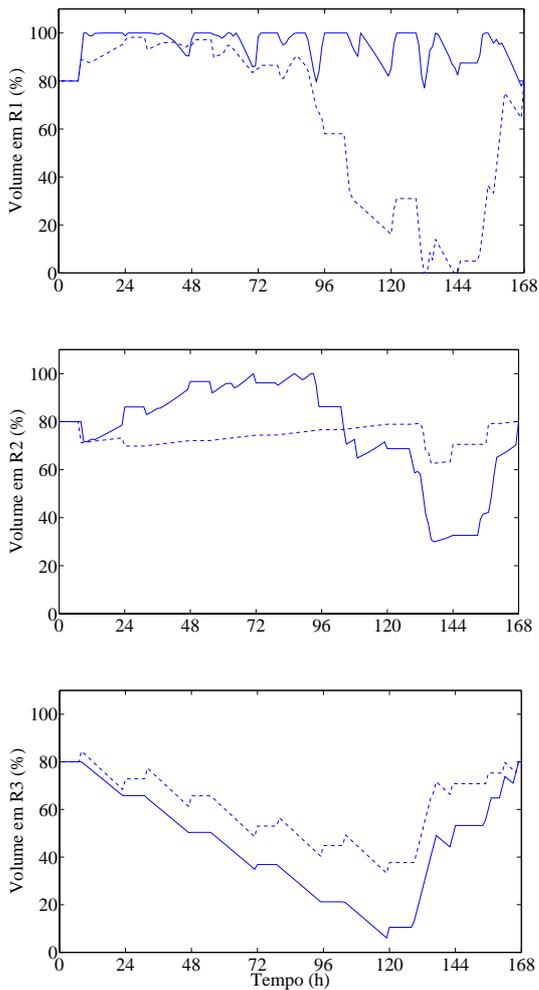


Figura 4: Volume de água nos reservatórios, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

Nos resultados obtidos com a metodologia de optimização não linear (linhas a traço contínuo), a trajectória para o volume de água no reservatório situado no início da cascata é elevada, comparativamente aos resultados obtidos com a metodologia de optimização linear (linhas a traço interrompido). Contrariamente, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no fim da cascata é reduzida, visando aumentar a altura de queda para os reservatórios situados a montante.

Na Figura 5 são apresentadas as trajectórias para o caudal de água turbinado proveniente dos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de optimização não linear e os resultados obtidos com a metodologia de optimização linear.

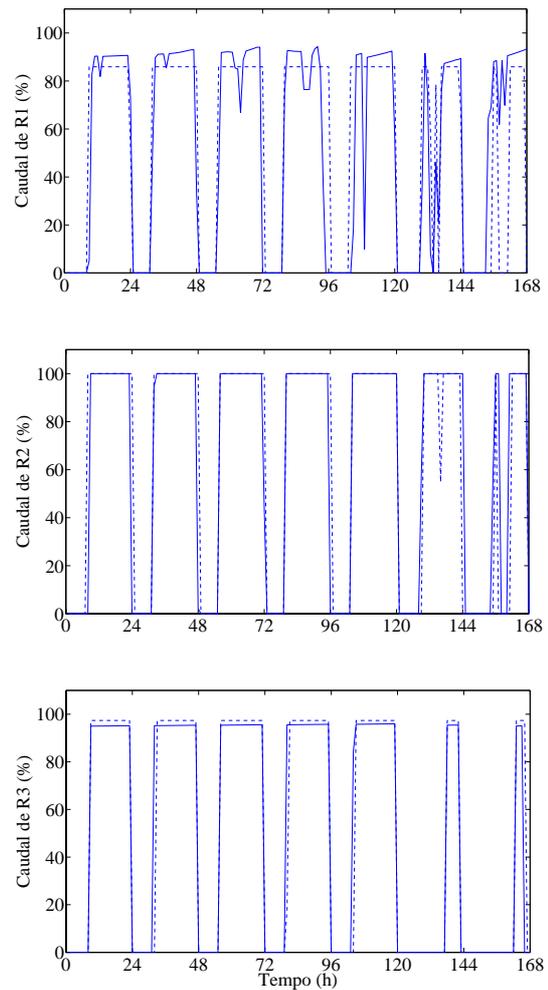


Figura 5: Caudais de água turbinados provenientes dos reservatórios, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

Os resultados obtidos para o caudal de água turbinado proveniente dos reservatórios mostram que o caudal de água turbinado e, conseqüentemente, a potência entregue, segue o perfil de preços da energia eléctrica apresentado anteriormente na Figura 3, mas devido à consideração do efeito de queda é imposta uma adaptação do perfil.

A inclusão do efeito de queda no caudal máximo de água turbinado para a primeira central impõe um perfil inclinado nas horas correspondentes aos preços mais elevados, em vez do perfil liso obtido quando o caudal máximo é considerado constante. Este efeito é, contudo, menos importante nas outras duas centrais, onde se mantém um perfil quase liso.

Na Tabela 1 são apresentados os resultados comparativos entre as metodologias de optimização linear e não linear, para este caso de estudo.

Optimização	Lucro (\$)	% Aumento	Tempo (s)
Linear	5259872	-	1.50
Não linear	5519738	4.94	3.29

Tabela 1: Resultados comparativos obtidos.

Assim, a metodologia de otimização não linear conduz a um lucro total superior, com um tempo de computação adicional aceitável.

5 CONCLUSÕES

Neste estudo, a solução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos, com processos de cálculo automáticos, mostrou que:

- com a utilização da programação linear, o caudal turbinado atinge o máximo durante as horas em que o benefício de produção de energia eléctrica é mais elevado. Contudo, ao não considerar o efeito de queda, permite variações bruscas de volume e, deste modo, variações bruscas de altura de queda;
- com a utilização da programação não linear, verifica-se a obtenção de benefícios superiores, quando comparados com a programação linear, devido à inclusão do efeito de queda na função objectivo. Deste modo, a potência gerada é função não só do caudal turbinado, mas também da altura de queda.

A metodologia de otimização não linear proposta permite obter um aumento do lucro na ordem dos 5%, relativamente a uma metodologia de otimização linear que ignora o efeito de queda, para um tempo de computação adicional aceitável.

REFERÊNCIAS

- [1] Amado, S.M. and Ribeiro, C.C., 1987. Short-term generation scheduling of hydraulic multi-reservoir multi-area interconnected systems, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 3, p. 758-763.
- [2] Piekutowski, M., Litwinowicz, T., and Frowd, R.J., 1994. Optimal short-term scheduling for a large-scale cascaded hydro system, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 2, p. 805-811.
- [3] Pursimo, J.M., Antila, H.K., Vilkkko, M.K., and Lautala, P.A., 1998. A short-term scheduling for a hydropower power plant, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 8, p. 525-532.
- [4] Ni, E., Guan, X., and Li, R., 1999. Scheduling hydrothermal power systems with cascaded and head-dependent reservoirs, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 14, No. 3, p. 1127-1132.
- [5] Catalão, J.P.S., Mariano, S.J.P.S., Mendes, V.M.F., and Ferreira, L.A.F.M., 2006. Parameterisation effect on the behavior of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model, *Electric Power Systems Research*, Vol. 76, No. 6-7, p. 404-412.